

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

INGENIERÍA INDUSTRIAL
MÁQUINAS Y ESTRUCTURAS



PROYECTO FIN DE CARRERA

DISEÑO DE BRAZO MECÁNICO EFICIENTE
MEDIANTE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

AUTOR: JORGE TIERNO ALVITE

TUTOR: CRISTINA CASTEJÓN SISAMÓN

Índice general

1. INTRODUCCIÓN	11
1.1. Morfología del proceso de diseño	14
1.2. Definición de los términos mecánicos utilizados	16
2. OBJETIVOS	19
3. SÍNTESIS DE MECANISMOS	21
3.1. Síntesis de configuraciones en el proceso creativo	23
3.1.1. Sistemática de eslabonamientos	23
3.1.2. Síntesis numérica	23
3.1.3. Técnicas de transformación de eslabonamientos	26
3.2. Derivación de isómeros aceptables para combinaciones de eslabones	29
3.2.1. Isómeros aceptables mediante boceto separado	29
3.2.2. Isómeros aceptables a partir de conjuntos numéricos	31
4. OPTIMIZACIÓN	33
4.1. Introducción a la optimización	33
4.1.1. Superficie de restricción y superficies de la función objetivo	35
4.2. La optimización multiobjetivo	36
4.2.1. Criterios de optimización para manipuladores	37
4.2.2. Optimización multiobjetivo con <i>MATLAB</i> ®	39

5. DESARROLLO DEL PROYECTO	41
5.1. Obtención de mecanismos	41
5.1.1. Mecanismos preseleccionados	43
5.1.2. Comparación de mecanismos	47
5.1.3. Cinemática del mecanismo más prometedor	52
5.1.4. Ecuaciones analíticas de posición	54
5.1.5. Ecuaciones analíticas de velocidad	58
5.2. Optimización multiobjetivo del mecanismo	62
5.2.1. Funciones objetivo elegidas	63
5.2.2. Implementación en <i>MATLAB</i> [®]	67
6. RESULTADOS	73
6.1. Resultados del proceso de optimización	73
6.1.1. Criterio de alcance	74
6.1.2. Criterio de peso	74
6.1.3. Criterio de amplitud máxima	78
6.1.4. Criterio de altura en posición extendida	80
6.1.5. Optimización sin restricciones adicionales	80
6.1.6. Resultados de la optimización completa	83
6.2. Selección del motor	90
6.3. Validación del mecanismo mediante modelo de elementos finitos	93
6.3.1. Metodología utilizada	93
6.3.2. Resultados de la simulación	97
7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	103
APÉNDICES	109
A. CARACTERÍSTICAS DE MOTOR Y REDUCTORA	109
B. PLANOS DEL MECANISMO	117

Lista de Figuras

1.1. <i>Morfología del proceso de diseño</i>	15
3.1. <i>Tipos básicos de eslabones</i>	25
3.2. <i>Eliminación de eslabón y adición de semijunta</i>	27
3.3. <i>Leva seguidor equivalente a mecanismo de 4 barras</i>	28
3.4. <i>Contracción parcial de un eslabón</i>	28
3.5. <i>Contracción completa de un eslabón</i>	28
3.6. <i>Configuraciones posibles para $G=+1$ con dos eslabones ternarios</i>	30
5.1. <i>Mecanismos seleccionados</i>	44
5.2. <i>Derivación del mecanismo 1</i>	45
5.3. <i>Derivación del mecanismo 2</i>	45
5.4. <i>Derivación del mecanismo 3</i>	46
5.5. <i>Derivación del mecanismo 4</i>	46
5.6. <i>Derivación del mecanismo 5</i>	47
5.7. <i>Pantalla de Working Model 2D</i>	48
5.8. <i>Esquema del mecanismo 3</i>	54
5.9. <i>Esquema del mecanismo 3</i>	56
5.10. <i>Puntos significativos de la trayectoria</i>	66
5.11. <i>Estimación de la carga soportada</i>	70
6.1. <i>Optimización de alcance máximo</i>	75

6.2. Optimización de peso	77
6.3. Optimización de amplitud máxima	79
6.4. Optimización de altura del mecanismo extendido	81
6.5. Optimización sin restricciones adicionales	82
6.6. Optimización completa: Primera ejecución	84
6.7. Optimización completa: Segunda ejecución	87
6.8. Evolución de los valores de las variables de diseño (mm)	89
6.9. Mecanismo optimizado	90
6.10. Curva de par requerido	91
6.11. Mecanismo, motor y reductora	93
6.12. Detalle del motor y la reductora	94
6.13. Obtención de reacciones con Working Model 2D	95
6.14. Modelo mallado con cargas	98
6.15. Coacciones del modelo	99
6.16. Nivel de tensión Von Mises (Escalado 18.49)	100
6.17. Nivel de tensión Von Mises	101
A.1. Hoja de características del motor Maxon 285786 RE 35	111
A.2. Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J	112
A.3. Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J	113
A.4. Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J	114
A.5. Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J	115
A.6. Plano de la reductora CSF-11-100-2XH-J	116

Lista de Tablas

5.1. <i>Dimensiones de los eslabones y espacios de trabajo de los mecanismos</i> . . .	50
5.2. Resultados de la comparación de mecanismos	53
6.1. Valores de las funciones objetivo	86
6.2. Valores de las variables de decisión	88
6.3. Reacciones en las uniones	96

Índice comentado

- **Capítulo 1: Introducción** Este capítulo pretende exponer superficialmente el estado del arte de los robots actuales y su diseño. Se describirán de forma sencilla los diferentes tipos de robots y las partes básicas que los componen. Además se pretende dar una visión de la problemática del diseño de este tipo de elementos y justificar la utilidad del presente proyecto en este ámbito. Por último, se realizará una breve descripción de los terminos que se utilizarán en el proyecto.
- **Capítulo 2: Objetivos** El apartado de objetivos sentará las bases del proyecto y definirá su utilidad y su finalidad.
- **Capítulo 3: Síntesis de mecanismos** El tercer capítulo explicará detenidamente qué es la síntesis de mecanismos y sus tipos. Además se presentará un método que permitirá dotar de una cierta estructura y organización al proceso de obtención de mecanismos de forma que no sea un mero proceso de prueba y error e ingenio. Este capítulo explica detenidamente cómo se obtuvieron los mecanismos que se tendrán en cuenta como posibles soluciones al problema de diseño planteado en el proyecto.
- **Capítulo 4: Optimización** Este capítulo se centra, en una primera parte, en explicar brevemente la parte de la teoría de la optimización que será necesaria para comprender el trabajo desarrollado. En una segunda parte se tratará de circunscribir el tema de la optimización al ámbito de la robótica, desembocando al final en su aplicación en este proyecto en concreto.

- **Capítulo 5: Desarrollo del proyecto** Es el capítulo central del proyecto. En él se explica detenidamente el trabajo desarrollado y la metodología utilizada. Se presentarán las opciones de mecanismos candidatos a solución del problema inicial, se compararán entre sí y se elegirá el más apto. Este capítulo también realiza un estudio de la cinemática del mecanismo elegido. La última parte del capítulo se centra en el trabajo de optimización desarrollado.
- **Capítulo 6: Resultados** Aquí se presentarán y comentarán los resultados del trabajo realizado mediante el programa de optimización desarrollado. Además se realizará una validación de estos resultados mediante un modelo de elementos finitos.
- **Capítulo 7: Conclusiones y trabajos futuros** El último capítulo recogerá las conclusiones del proyecto. Además en este capítulo se encontrará una breve reflexión sobre futuras mejoras al proyecto o líneas de investigación sobre el tema del mismo.
- **Anexos** Los anexos contendrán los planos del mecanismo, listos para proceder a su fabricación así como las hojas de características del motor y la reductora elegidos.

INTRODUCCIÓN

El ser humano siempre ha buscado la forma de facilitar sus tareas. En un principio se comenzó transportando cargas fácilmente gracias a la invención de la rueda, momento en que se inició una imparable evolución de la técnica y la ingeniería. A medida que la ingeniería se ha desarrollado, se ha ido pasando progresivamente de diseñar herramientas utilizadas por un humano, a buscar máquinas con cualidades antropomórficas que realicen tareas cada vez más complejas.

A través de esta evolución hemos llegado en la actualidad a un uso habitual de autómatas o robots en entornos principalmente industriales. La rápida implantación de los robots se ha visto propiciada por su facilidad para adaptarse a tareas repetitivas en entornos estructurados. Sin embargo la capacidad de los robots no se acaba aquí y cada vez se está ampliando más su campo de aplicación, siendo sus posibilidades ahora infinitas. Actualmente existen robots desarrollados para aplicaciones como la medicina, en el ámbito doméstico, trabajo en entornos peligrosos y muchas otras, denominados robots de servicio. Aunque existen varias definiciones diferentes de robot industrial todas ellas están de acuerdo en que es un dispositivo mecánico con capacidad de manipulación y que incorpora un control más o menos complejo. Por otro lado los robots de servicio se definen como dispositivos electromecánicos móviles o estacionarios, dotados normalmente de uno o varios brazos mecánicos independientes, controlados por un programa de ordenador y que realizan tareas no industriales o de servicio. En esta definición se engloban los ro-

bots dedicados a cuidados médicos, educación domésticos, uso en oficinas, agricultura, aplicaciones espaciales, etc. . .

También existen los llamados robots teleoperados. Son dispositivos con brazos manipuladores y sensores y cierto grado de movilidad, controlados de forma remota por un operador humano [2] [9]. Los robots industriales están formados por tres sistemas básicos:

- La ***estructura mecánica***, que consiste en eslabones y juntas que pueden realizar diversos movimientos. Se pueden hacer posibles movimientos adicionales por medio de actuadores en el final del brazo mecánico.
- El ***sistema de control***, que puede ser de tipo fijo o servo. Los robots con sistemas de control fijo poseen detenciones mecánicas fijas, aunque posiblemente ajustables, para posicionar e informar al controlador. Los robots servo-controlados pueden trabajar mediante la especificación de puntos, teniendo en cuenta o no las trayectorias entre ellos.
- Las ***unidades de potencia***, que pueden ser hidráulicas, neumáticas, eléctricas, o una combinación de éstas.

Aunque existen robots diseñados para realizar una gran variedad de tareas, no debemos pensar que un robot flexible podrá llevar a cabo cualquier tarea. Por este motivo deben reconocerse las tareas propias de cada aplicación y realizar el diseño del robot pensando en la configuración mecánica más apropiada para esas tareas concretas. Cuando se busca la implantación de un robot o manipulador para una aplicación concreta, es común buscar un robot que posea un área accesible que contenga la trayectoria deseada para, posteriormente, programar la trayectoria del actuador del robot de forma que se adecue a los requerimientos. Esto implica utilizar solo una pequeña parte del potencial del robot y además se estaría utilizando un robot que tendría un peso, tamaño, precio y coste de programación que no son necesarios para esa aplicación. Sin embargo este no es el único problema de que adolecen los diseños actuales.

Otro importante punto a tener en cuenta es la baja eficiencia de los manipuladores con respecto a los humanos. Esta baja eficiencia tiene varias vertientes, la relación peso

del robot-carga transportada y el tiempo de trabajo. Si consideramos un humano como un manipulador, obtendremos una masa entre 68 y 90 Kg. (como aproximación) y una masa de su brazo, antebrazo y muñeca de 4.5 - 9 Kg. En término medio, un humano puede manejar cargas de 4.5 a 9 Kg. de forma rápida y si el movimiento es más lento hasta de 13 a 25 Kg. En el caso de los manipuladores tenemos que la eficiencia es 10 veces menor. Debemos tener en cuenta también que esto solo sucede con cargas pequeñas, en cargas mayores de 20 Kg. indiscutiblemente los robots son mucho más capaces. En cuanto al tiempo de trabajo, con cargas pequeñas, no siempre la productividad de los robots es mayor [12].

Las tendencias actuales del diseño de robots se dirigen a la realización de diseños con un gran número de sensores y actuadores que requieren sistemas de control muy complejos. Precisamente, las mejoras realizadas en los robots en los últimos tiempos, han sido propiciadas por las mejoras del sistema de control. Debido a que el coste del sistema de control, el cual incluye sensores, hardware y software, no depende del tamaño del robot, el coste del robot puede estar influenciado en gran medida por el coste de su sistema mecánico. Además los sistemas de control no tienen gran influencia en el tiempo de respuesta del robot ni en las relaciones carga-peso, que son prácticamente función del sistema mecánico, por lo que el robot puede ser enormemente mejorado perfeccionando el sistema mecánico [7].

En este proyecto se propone diseñar un mecanismo lo más simple posible para realizar una tarea específica. De esta forma su tamaño y peso serían contenidos, además tendría menor cantidad de sensores y actuadores. Un diseño mecánico eficiente, desembocaría en un menor coste del producto y una menor necesidad de control y programación. Por otro lado, se tendría una mayor robustez de los elementos, por lo que es previsible obtener una mayor fiabilidad y coste de mantenimiento, además de permitir mayores productividades debido a la capacidad de trabajar con mayores aceleraciones. La última consecuencia de este tipo de diseño, sería un menor tiempo de fabricación, debido a su mayor simplicidad.

Es evidente que esta propuesta no es válida en todas las aplicaciones en que se pueden utilizar robots, debido a que los mecanismos diseñados mediante este método serían más

rígidos en cuanto a su utilización. Sin embargo este proyecto puede ayudar a proporcionar una visión de la importancia de un mejor diseño mecánico de los robots.

A continuación se detallará la morfología del proceso de diseño. La intención de este apartado es proporcionar una visión general de los pasos a seguir en el diseño de cualquier producto para, en capítulos posteriores, señalar las diferencias que supone la aplicación del diseño propuesto.

1.1. Morfología del proceso de diseño

El proceso de diseño mecánico completo puede ser dividido en diferentes componentes fundamentales que constituyen su morfología. La figura muestra gráficamente las relaciones entre estos componentes.

La primera parte fundamental del proceso de diseño es el reconocimiento y definición del problema de diseño, que tiene como finalidad establecer las especificaciones que debe satisfacer el producto a fabricar. El segundo paso es la recopilación de información de las soluciones ya existentes para problemas similares. Esta información se puede obtener de fuentes como patentes, la literatura especializada, publicaciones, pero la fuente principal es la experiencia.

Las siguientes tres partes constituyen la síntesis del diseño mecánico. La primera de ellas, síntesis de configuraciones, se centra en buscar las configuraciones básicas que pueden, a priori, satisfacer los requerimientos especificados en la definición del problema. Esta parte requiere generalmente de un gran esfuerzo creativo además de la aplicación correcta de las técnicas sistemáticas de síntesis. En esta parte no debe tenerse en cuenta el valor final, ya que esto será un factor que se tendrá en cuenta en fases posteriores. Muchas de las opciones disponibles deben ser descartadas rápidamente por experiencia o por cálculos simples de factibilidad. En general deben prevalecer varias ideas y la más prometedora de ellas debe ser seleccionada en el paso cuatro (Selección de la configuración óptima). El quinto paso se centra en tomar decisiones sobre las dimensiones y materiales de la configuración seleccionada. En los casos más complejos deben aplicarse técnicas de optimización, mientras que en casos más sencillos será suficiente con la técnica de *prueba*

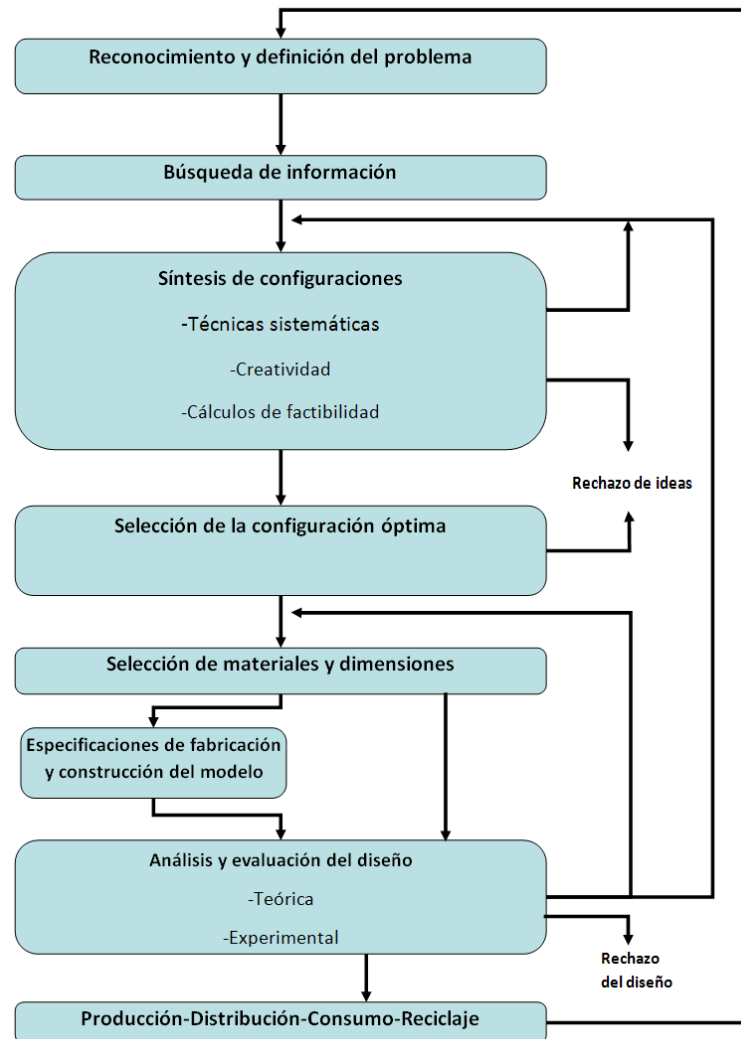


Figura 1.1: *Morfología del proceso de diseño*

y error conjuntamente con algunos cálculos de análisis sencillos.

A continuación se realiza el sexto paso, en el cual se completan las especificaciones para realizar el diseño de un prototipo, que será evaluado y analizado en el paso siete. Los análisis teóricos y experimentales de este paso son las pruebas reales del éxito o fracaso del diseño. Una vez se haya comprobado el éxito del producto estará listo para entrar en el ciclo de producción, distribución, consumo y reciclaje, que es el objetivo real de un producto [8].

El proceso de diseño mecánico es un procedimiento iterativo, por lo que en la figura

1.1 se muestran los bucles de realimentación más comunes. Estos bucles indican que se debe obtener información de pasos anteriores o volver a realizar un paso previo. Incluso los productos terminados y en el ciclo de producción, distribución, consumo y reciclaje pueden requerir realizar modificaciones al diseño, lo cual redundará en una evolución y mejora continua de los productos y una ampliación de la base de conocimientos acerca de los mismos. En estas modificaciones toman gran importancia las técnicas de optimización.

1.2. Definición de los términos mecánicos utilizados

Antes de comenzar a hablar con más profundidad de las técnicas y conceptos aplicados en los procesos de diseño de mecanismos, debe tenerse una idea clara de los elementos que componen dichos mecanismos. Para ello se dedicará este apartado a hablar de eslabones, juntas y diversos conceptos importantes como base del conocimiento de apartados posteriores.

Los eslabones son los componentes básicos de todos los mecanismos. Un eslabón es un cuerpo que posee al menos dos nodos o puntos de unión con otros eslabones. De esta forma a los eslabones con dos nodos se les denomina eslabones binarios, con tres nodos eslabones ternarios, con cuatro nodos cuaternarios, y así sucesivamente.

Una junta es la conexión entre dos o más eslabones en sus nodos. Las juntas permiten algún movimiento entre los eslabones conectados. En mecanismos planos son muy comunes las juntas de uno o dos grados de libertad. Las juntas de un grado de libertad más comunes, por su robustez y simplicidad, son las juntas de pasador rotacional y la de traslación de corredera. A ambas se las denomina juntas completas o pares inferiores. También son habituales en mecanismos planos las juntas con dos grados de libertad, traslación y rotación. Estas juntas se denominan semijuntas.

El orden de una unión se puede definir como *el número de eslabones conectados menos uno*, ya que se necesitan al menos dos eslabones para constituir una junta simple; por tanto, la conexión más simple posible de eslabones tiene orden 1.

Es importante también conocer la denominación común de ciertos eslabones según su movimiento en el mecanismo. De esta forma se denomina comúnmente manivela a los

eslabones que tienen la capacidad de realizar giros completos alrededor de un punto fijo. Los balancines son eslabones que también están anclados a un punto fijo, pero a diferencia de las manivelas, no tienen la capacidad de producir giros completos, son eslabones con movimientos oscilatorios. Otra denominación importante de eslabones es la de biela o acoplador que posee movimientos complejos y no está anclado a ningún punto fijo. Por último está el elemento fijo, que es donde se hallan ancladas las manivelas y bielas, ya que no tiene movimiento respecto del sistema de referencia [10].

Capítulo 2

OBJETIVOS

El presente proyecto tiene como finalidad realizar un diseño de un brazo mecánico dando una gran importancia a la mejora del diseño mecánico. Dicho brazo mecánico debe tener únicamente un grado de libertad y debe poder trasladar cargas de 1 kg de peso. Se requiere que el diseño sea lo más simple y barato posible. Para este diseño debe realizarse una optimización de modo que se asegure que la configuración sea eficiente con respecto a varios criterios diferentes.

El proyecto requerirá que se obtengan una variedad de configuraciones diferentes que posean un grado de libertad. Una vez obtenidas dichas configuraciones se deberá realizar una comparación que conduzca a elegir una de ellas de cara al posterior proceso de optimización.

La optimización multiobjetivo se realizará por medio de un programa de *MATLAB*[®] que se creará específicamente para el mecanismo elegido. Este programa debe conseguir que se mejoren las prestaciones del mecanismo al variar ciertos parámetros del mismo.

Los resultados obtenidos mediante el programa de optimización deben ser validados mediante un análisis de elementos finitos, para lo cual se utilizará el software ANSYS 11. En este análisis se debe comprobar que el mecanismo se puede construir con los parámetros resultantes de la optimización multiobjetivo y que puede soportar los esfuerzos a los que se verá sometido en su funcionamiento normal.

Para completar el conjunto del brazo, se realizará la selección de un motor y una

reductora adecuados a las condiciones de trabajo del mecanismo. Por último se realizarán los planos de las piezas del mecanismo de forma que esté listo para dar la orden de fabricación.

SÍNTESIS DE MECANISMOS

El diseño es un proceso complejo en el cual se requiere una constante toma de decisiones. Habitualmente muchas de estas decisiones están soportadas por trabajos previos o por normativas, lo cual facilita un proceso a menudo nada sencillo. Sin embargo algunas veces se realizan diseños poco convencionales o novedosos para los cuales no se pueden abstraer muchos de los resultados de los trabajos previos. En estos casos cobran especial importancia la síntesis de mecanismos y los métodos de optimización.

La síntesis de mecanismos se puede definir como el proceso de crear y seleccionar configuraciones, geometrías, materiales y dimensiones de los elementos de un mecanismo. En todos los procesos de diseño de algún modo se realiza un paso de síntesis debido a que la utilización de conocimientos previos para cumplir las especificaciones de un diseño posterior, es también un proceso de síntesis. Sin embargo cuando no se conocen trabajos previos que sirvan de base al nuevo desarrollo, el proceso de síntesis debe generar este conocimiento, cobrando así una gran importancia en el diseño completo.

Existen tres partes diferenciadas dentro del proceso de síntesis de mecanismos completo:

- **Síntesis del tipo:** Tiene como finalidad el establecimiento de las características de la solución en función de los requerimientos del problema. Debemos definir el tipo de mecanismo (engranajes, eslabones, etc.), número de eslabones (o engranajes), grados de libertad, configuraciones, etc. En esta parte se deben tener en cuenta factores

como los procesos de fabricación, materiales, seguridad, confiabilidad, espacio y economía, para aportar una coherencia necesaria entre las partes iniciales del proceso de diseño y las finales.

- La *síntesis numérica* (o síntesis del número) define el número de eslabones y articulaciones necesarias para la obtención de una movilidad determinada. La síntesis numérica facilita la búsqueda de eslabones asociados mediante la utilización de la ecuación de Grübler.

- *Síntesis dimensional*: Definición de las dimensiones y posición inicial del mecanismo. La síntesis dimensional se alimenta de herramientas que pueden ser tanto gráficas como analíticas. Las técnicas gráficas son más ágiles, y facilitan una obtención sencilla y rápida de dimensiones, a la par que ayudan a la comprensión del funcionamiento del mecanismo. Por otro lado las técnicas analíticas proporcionan mayor precisión de los resultados, pero su complejidad a menudo las limita a su uso mediante software informático.

Estrechamente ligados a la síntesis de mecanismos se encuentran los métodos de optimización. En general hay múltiples soluciones al proceso de diseño e infinitas soluciones para la elección de dimensiones y materiales.

En el proceso de síntesis de mecanismos, las decisiones tomadas siempre deben considerar el proceso de diseño completo, debido a que las partes de su morfología, son a menudo independientes entre sí. La toma de decisiones no es simple, de aquí la necesidad de la utilización de las técnicas de optimización. Más adelante se profundizará en las técnicas de síntesis y optimización, pero antes de ello, y con el objeto de proporcionar una visión de la importancia de estas técnicas en el proceso global de diseño, se realizará una breve descripción de la morfología del proceso de diseño.

3.1. Síntesis de configuraciones en el proceso creativo

3.1.1. Sistemática de eslabonamientos

Los procesos de diseño tienen generalmente una componente creativa importante, debida a la multiplicidad de soluciones a un mismo problema. Para el estudio preliminar de estas soluciones se recurre a la simplificación de las configuraciones para su comparación y validación inicial. La sistemática de eslabonamientos es una técnica que puede servir de ayuda a la actividad creativa. En el proceso de síntesis creativa se utilizan los eslabonamientos asociados, los cuales serán la herramienta básica para la obtención de nuevas configuraciones. La sistemática de eslabonamientos es una técnica muy común en la que se eliminan todas las características inicialmente superficiales y representando únicamente las esenciales de los elementos. Estos elementos se denominarán eslabonamientos asociados [13].

Aplicando la sistemática de eslabonamientos a mecanismos utilizaremos características como tipo de eslabón (plano, tridimensional), distancia entre articulaciones, tipos de articulaciones (número de grados de libertad de la unión). Sin embargo no tendremos en cuenta el material, dimensiones no útiles (por ejemplo el grosor de un eslabón plano), proceso de fabricación y otras consideraciones que se tendrán en cuenta únicamente a partir del momento en que se verifique la validez del eslabonamiento asociado.

3.1.2. Síntesis numérica

El valor de la síntesis numérica es permitir la determinación exhaustiva de todas las combinaciones posibles de eslabones que producirán una movilidad deseada del mecanismo. Esto proporciona al diseñador una gama definitiva de eslabonamientos potenciales que pueden solucionar una gran variedad de problemas cinemáticos. Debido a las características de este proyecto, esta técnica cobrará gran importancia, por lo que se profundizará en ella. Como se enunció anteriormente la síntesis numérica trata de relacionar la sistemática de eslabonamientos con el número de grados de libertad del mecanismo a través de la ecuación de Grübler. Esta conocida ecuación relaciona el número de grados de libertad

de un mecanismo con el número de eslabones y los pares cinemáticos del mismo. Dicha ecuación se puede expresar para el caso plano de la siguiente forma:

$$G = 3(L - 1) - 2J \quad (3.1)$$

Donde G es el número de grados de libertad del mecanismo, L es el número de eslabones y J es el número de pares cinemáticos.

La ecuación de Grübler tiene en cuenta únicamente configuraciones con juntas completas. Sin embargo existe una modificación de la misma que introduce la influencia de las semijuntas en la ecuación anterior. Esta ecuación es conocida como la ecuación de Grübler-Kutzbach.

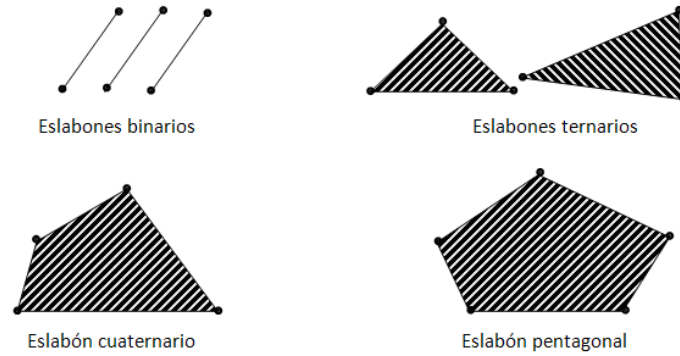
$$G = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2 \quad (3.2)$$

Donde G es el número de grados de libertad del mecanismo, L es el número de eslabones, J_1 es el número de juntas completas y J_2 es el número de semijuntas del mecanismo. Es sencillo comparando las dos ecuaciones anteriores que una semijunta afecta al número de grados de libertad del mecanismo de la misma forma que media junta completa. Aunque la ecuación de Grübler-Kutzbach parece ser más completa y útil, los desarrollos posteriores de este apartado se realizarán partiendo de la ecuación de Grübler sin modificar, debido a su mayor simplicidad.

A menudo, cuando los requisitos de la aplicación concretan el número de grados de libertad, podemos combinar eslabones básicos en la forma que indica la ecuación de Grübler. En la figura 3.1 se muestran eslabones básicos para mecanismos planos. Debe notarse que en este contexto el orden está referido al número de nodos que posee un eslabón y no debe confundirse con el orden de las uniones que se comentó anteriormente.

Para poder establecer la influencia de los eslabones básicos en los grados de libertad del mecanismo, recurrimos a la modificación de la ecuación de Grübler. De esta forma:

$$J = \frac{3}{2}L - \frac{G + 3}{2} \quad (3.3)$$

Figura 3.1: *Tipos básicos de eslabones*

Debido a que G debe ser un número entero, positivo o negativo, se pueden extraer las siguientes conclusiones de la observación de esta ecuación:

1. Si G es un número impar, L debe ser un número par.
2. Si G es un número par, L debe ser un número impar.

Definimos entonces L y J de la siguiente forma:

$$L = B + T + Q + P + \dots \quad (3.4)$$

$$J = \frac{2B + 3T + 4Q + 5P}{2} \quad (3.5)$$

Sustituyendo L y J en la ecuación de Grübler obtenemos:

$$G = 3(B + T + Q + P + \dots - 1) - 2 \cdot \frac{2B + 3T + 4Q + 5P}{2} \Rightarrow G = B - Q - 2P - 3 \quad (3.6)$$

En esta última ecuación sorprendentemente no aparece el número de elementos ternarios. Por otro lado si restamos esta ecuación a la definición de L obtenemos:

$$T + 2Q + 3P = L - (G + 3) \quad (3.7)$$

La solución simultánea de esta ecuación y la ecuación de L determinará las posibles combinaciones de enlace para los eslabones planos con juntas completas, de la forma

siguiente. Supongamos que por ejemplo queremos determinar las posibles combinaciones de enlace para $G=+1$. Las ecuaciones indicadas resultan:

$$T + 2Q + 3P = L - 4 \quad (3.8)$$

$$B + T + Q + P = L \quad (3.9)$$

De las definiciones de los términos sabemos que B, T, Q y P deben ser números enteros, y debido a que G es un número impar, L debe ser un número par. De esta deducción se concluye que el mínimo número de eslabones posibles es para $L=4$, por lo que $T=Q=P=0$ y por lo tanto $B=4$. De este modo obtenemos un cuadrilátero articulado, que es el mecanismo articulado más sencillo posible con 1gdl.

Utilizando las ecuaciones de esta forma podemos realizar árboles de decisión de las posibles combinaciones en función del número de grados de libertad que deseemos. Gracias a esta técnica podemos limitar y encauzar la actividad creativa, buscando soluciones al problema únicamente en las combinaciones posibles. La cantidad de árboles de decisión posibles para estas aplicaciones es infinita pero podemos acotarlos enormemente decidiendo el nivel de complejidad del diseño. De esta forma eligiendo el máximo número de eslabones ternarios, cuaternarios, etc, y el número de grados de libertad del mecanismo se facilita la búsqueda en gran medida.

Como se habrá observado, esta técnica sólo es aplicable para mecanismos en los que todas las juntas son completas, lo cual supone una fuerte restricción a las posibilidades reales existentes. La razón de hallar únicamente las combinaciones de eslabones con pares inferiores es la de simplificar el proceso y acotar las posibilidades en un primer paso. En un segundo paso se procederá a introducir semijuntas, juntas múltiples y de deslizamiento mediante las técnicas de transformación de eslabones que se comentarán a continuación.

3.1.3. Técnicas de transformación de eslabonamientos

Las técnicas descritas anteriormente dotan al diseñador de un conjunto de eslabonamientos básicos con un número de grados de libertad particular. Si ahora se relaja la

restricción arbitraria que limita a solo juntas completas de rotación, podemos transformar estos eslabonamientos básicos a una variedad más amplia de mecanismos, aún con mayor utilidad. Se dispone de varias técnicas que se pueden aplicar.

1. Una junta de rotación puede reemplazarse por una junta completa de deslizamiento sin cambio en los grados de libertad del mecanismo.
2. Una junta completa puede reemplazarse por una semijunta aumentando en uno los grados de libertad del mecanismo.
3. La eliminación de un eslabón reducirá en uno los grados de libertad del mecanismo.
4. Combinando las técnicas 2 y 3 se mantienen los grados de libertad del mecanismo (figuras 3.2 y 3.3).

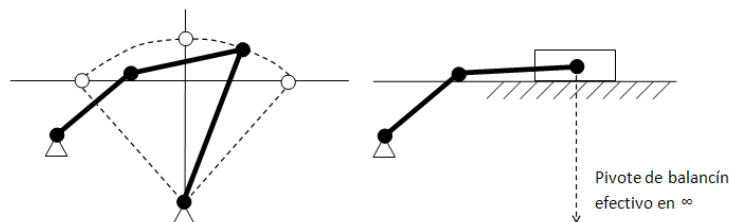


Figura 3.2: *Eliminación de eslabón y adición de semijunta*

5. Un eslabón ternario o de orden superior puede ser parcialmente contraído a un eslabón de orden inferior por la coalición de nodos. Esto creará una junta múltiple pero no cambia los grados de libertad del mecanismo (figura 3.4).
6. La contracción completa de un eslabón de orden superior equivale a su eliminación. Se creará una junta múltiple y se reducirán los grados de libertad del mecanismo (figura 3.5).

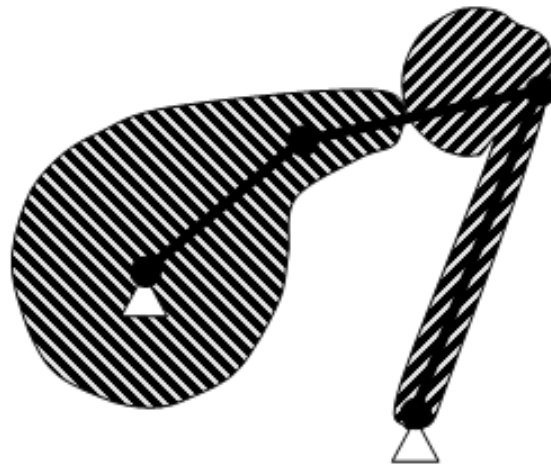


Figura 3.3: *Leva seguidor equivalente a mecanismo de 4 barras*

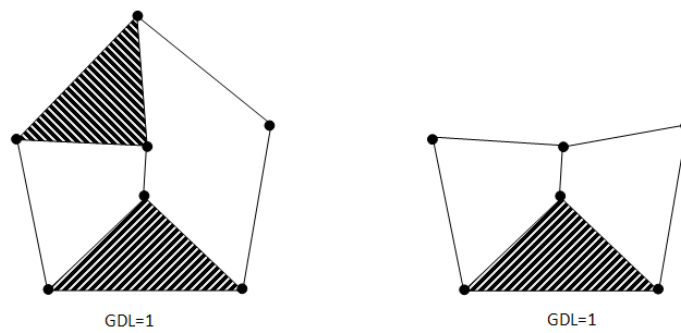


Figura 3.4: *Contracción parcial de un eslabón*

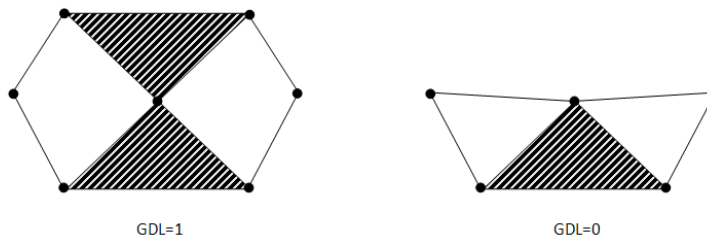


Figura 3.5: *Contracción completa de un eslabón*

3.2. Derivación de isómeros aceptables para combinaciones de eslabones

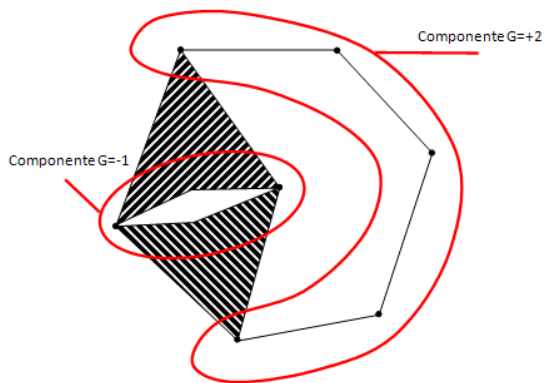
Los árboles de decisión anteriores indican los elementos del mecanismo, sin embargo, existen múltiples formas de conectarlos entre sí, surgiendo de cada caso de los árboles diferentes soluciones posibles. Definiremos los isómeros de una combinación de eslabones dada como la colección de enlaces obtenida teniendo diferentes conexiones relativas entre los tipos de eslabones involucrados. Asimismo definiremos los isómeros aceptables de una combinación de eslabones como los isómeros que poseen los grados de libertad deseados en toda su configuración. En adelante nos referiremos a este requisito como el principio de la distribución de grados de libertad. Es útil identificar los isómeros aceptables, dado que sólo estos serán útiles para la síntesis de nuevos dispositivos en el diseño creativo. Las técnicas más comunes para la obtención de los isómeros aceptables del conjunto total de isómeros de configuraciones dadas son:

- Isómeros aceptables mediante boceto separado.
- Isómeros aceptables a partir de conjuntos numéricos.

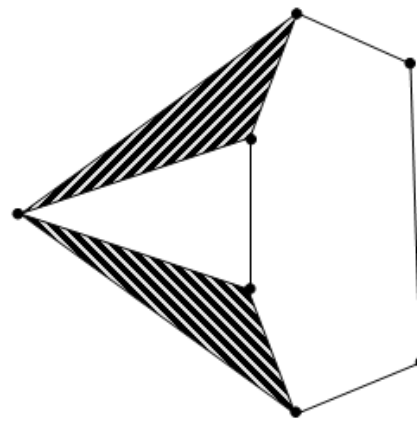
3.2.1. Isómeros aceptables mediante boceto separado

El estudio de las configuraciones mediante bocetos es a menudo la técnica más eficiente y también la más simple, para la identificación de los isómeros aceptables. Esta técnica se basa en el principio de distribución de los grados de libertad. Este principio dice que un isómero aceptable de un determinado número de grados de libertad, debe tener esta movilidad en toda su estructura. Es decir, si el mecanismo tiene un grado de libertad, todas sus partes tienen un grado de libertad de movimiento. A continuación se ilustra con un ejemplo:

El isómero de la figura 3.6a se construye con una de las combinaciones posibles de eslabones para una movilidad de un grado de libertad, sin embargo esta forma de interconectar entre sí los eslabones no cumple el principio de distribución de los grados de



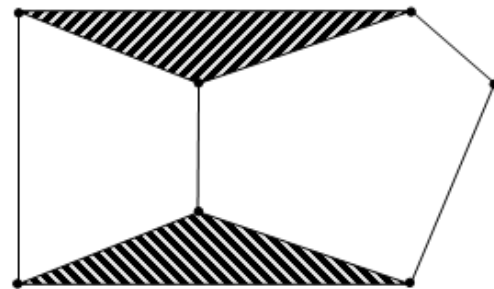
(a) Isómero no aceptable para $G=+1$ $(0,0,4) - (0,0,4)$



(b) Isómero no aceptable para $G=+1$ $(0,1,3) - (0,1,3)$



(c) Isómero aceptable para $G=+1$ $(0,2,2) - (0,2,2)$



(d) Isómero aceptable para $G=+1$ $(1,1,2) - (1,1,2)$

Figura 3.6: Configuraciones posibles para $G=+1$ con dos eslabones ternarios

libertad, y por lo tanto no es un isómero aceptable. Se puede observar que esta configuración es equivalente a un cuadrilátero articulado, de forma que la parte de un grado de libertad serían las tres barras móviles y la parte estructural de $G=0$, haría las veces de barra anclada.

La figura 3.6b muestra el mismo caso que el isómero anterior, no cumple el principio de distribución de los grados de libertad. Las dos siguientes configuraciones 3.6c y 3.6d, cumplen el principio de distribución de los grados de libertad, y por lo tanto son isómeros aceptables.

3.2.2. Isómeros aceptables a partir de conjuntos numéricos

Una aproximación por conjuntos numéricos puede ser a veces de gran ayuda en la determinación de los isómeros aceptables de una combinación de eslabones.

Esta utiliza técnica los conjuntos numéricos para representar los enlaces entre eslabones. Las combinaciones de eslabones posibles para el mecanismo deseado las podemos obtener mediante el uso de la síntesis numérica. Sin embargo, aunque se conozca la combinación de eslabones no está completamente definida la configuración, ya que existen múltiples formas de conectar entre sí estos eslabones. Para considerar todas las formas de interconexión entre eslabones asociaremos conjuntos de números a los eslabones y mediante combinaciones, y una posterior selección de isómeros aceptables, obtendremos las configuraciones que son susceptibles de satisfacer los requerimientos del problema.

Una forma de utilizar los conjuntos numéricos es asociar matrices de $n \times m$ componentes a cada uno de los eslabones de mayor orden. Las m columnas de estas matrices representan cada uno de los enlaces de los eslabones de mayor orden, de esta forma para eslabones binarios utilizaremos vectores de $m=2$, para los ternarios $m=3$, y así sucesivamente. El valor n será el número de tipos de eslabones existentes en la configuración sin contar el de mayor orden. De esta forma cada fila de la matriz indicará el número de eslabones que se sitúan entre los enlaces de los eslabones de mayor orden. De esta forma si se utilizan eslabones de orden 2, 3 y 4, se requieren tantas matrices de 2×4 como eslabones de cuarto orden. En cada matriz se indicará por columnas el número de eslabones binarios

y ternarios (el número de eslabones binarios en la primera fila y el número de eslabones ternarios en la segunda fila) que se encuentran ubicados entre los enlaces de los eslabones cuaternarios.

Esta técnica se complica mucho cuando existen en la combinación deseada eslabones de más de dos órdenes. Sin embargo es tremendamente útil cuando solo tenemos eslabones de dos órdenes. Por ejemplo, si tenemos una combinación de $B=4$ y $T=2$, para obtener un único grado de libertad de movimiento del mecanismo, procederemos definiendo unos conjuntos numéricos de la siguiente forma:

$$(0,0,4)$$

$$(0,1,3)$$

$$(0,2,2)$$

$$(1,1,2)$$

Estos conjuntos numéricos representan donde están conectados los enlaces binarios en los eslabones ternarios. Los vectores anteriores muestran todas las combinaciones posibles ya que no tenemos en cuenta la diferencia entre que los enlaces sean en una u otra conexión de los eslabones ternarios. Cuando se muestra un 0 en una de las componentes del vector indica que ese enlace del eslabón ternario está conectado directamente a otro enlace del eslabón ternario restante.

A continuación debemos combinar los dos eslabones ternarios, dando origen, generalmente, a más posibilidades de interconexión. Sin embargo en este caso, al existir únicamente dos eslabones ternarios y ser el resto binarios, si un eslabón ternario está conectado $(0,0,4)$ el otro también, e igualmente con las otras posibilidades. De esta forma siguen existiendo únicamente cuatro posibilidades, en este caso.

Una vez obtenidas las configuraciones posibles, es muy útil dibujar los mecanismos y comprobar que estas poseen la movilidad deseada, descartándolas en caso contrario. Esto se puede realizar mediante la técnica de boceto separado. Podemos observar algunos ejemplos de estos casos en la figura 3.6.

OPTIMIZACIÓN

4.1. Introducción a la optimización

En el proceso de síntesis dimensional partimos de una configuración no óptima hallada tras los procesos de síntesis de tipo y síntesis numérica. La optimización es la pieza angular del proceso de síntesis dimensional. La síntesis dimensional dará validez a la configuración elegida anteriormente. De nada valdría una configuración diseñada a la perfección si después las dimensiones de los eslabones no permiten el correcto cumplimiento de la función requerida. Un buen ejemplo sería el diseño de una silla plegable, puede tener una configuración que permita una posición con una zona para sentarse y otra en la que la silla está plegada y es más manejable. Si el proceso de síntesis dimensional no es correcto puede que la silla tenga una altura que no sea adecuada para sentarse, y por lo tanto su utilidad se vería enormemente perjudicada.

Existe una gran base de conocimiento acerca de la teoría y técnicas de optimización. Sin embargo en este proyecto buscamos obtener un diseño óptimo en varios aspectos, o criterios, con lo que las técnicas de optimización comunes no abarcan completamente el problema y debemos centrarnos en una parcela concreta y más compleja de la optimización, la optimización multiobjetivo. La optimización multiobjetivo permitirá en este proyecto realizar un proceso de síntesis dimensional eficiente desde varios puntos de vista como pueden ser la trayectoria, el tiempo de ciclo, la capacidad de carga del mecanismo,

la rigidez estática o cualquier otro que se requiera y que sea de utilidad real para el diseño.

Para una mejor comprensión de la aplicación de las técnicas de optimización en este proyecto, se comenzará por aportar unos conocimientos generales sobre optimización. Un problema de optimización puede ser representado de la siguiente forma:

Encontrar $X=(x_1 \ x_2, \dots x_n)$ que minimiza $f(X)$ sujeto a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} H(X) &= 0 \\ g(X) &\leq 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde X es un vector n -dimensional llamado vector de diseño, $f(X)$ se denomina función objetivo, y $H(X)$ y $g(X)$ son, respectivamente, las restricciones de igualdad y desigualdad [11].

El vector de diseño X está formado por las llamadas variables de diseño o variables de decisión. El resto de variables del problema que tienen valores fijos, se denominan parámetros preasignados.

Los valores que pueden tomar las variables de diseño en la resolución del problema, están acotados por las restricciones de diseño. Estas restricciones no deben elegirse de forma arbitraria, sino que deben ser las que al ser satisfechas aseguren un diseño aceptable en cuanto al cumplimiento de las especificaciones requeridas. Las restricciones del problema pueden representar limitaciones del comportamiento o rendimiento del sistema, denominándose restricciones funcionales. Las restricciones que representan límites físicos de las restricciones de diseño tales como disponibilidad, de fabricación u otras, son conocidas como restricciones geométricas.

Aún con las restricciones realizadas, existen múltiples opciones para un diseño aceptable, sin embargo la optimización busca la obtención de la mejor alternativa, aquí es donde aparece la necesidad de comparar las diferentes opciones o combinaciones de valores de las variables de diseño. Esto se puede conseguir por medio de las funciones objetivo o criterios. La elección de las funciones objetivo apropiadas es un punto crítico del problema. Sin embargo su elección está a menudo gobernada fuertemente por la naturaleza del problema. En el ámbito del diseño mecánico los criterios más comunes suelen ser la maximización de la eficiencia mecánica y la minimización del coste y el peso, aunque más

adelante se comentarán los criterios más comunes en el diseño de los robots industriales y brazos manipuladores, como es el caso de este proyecto.

Para facilitar la comprensión de la teoría de optimización a continuación se expondrán algunas definiciones importantes que aparecerán posteriormente en el texto.

4.1.1. Superficie de restricción y superficies de la función objetivo

El conjunto de los valores de X que satisfacen cada una de las restricciones del problema, forma una superficie en el espacio de una dimensión inferior en uno al número de variables de diseño. La región del espacio formada por la intersección de todas las superficies de restricción se conoce con el nombre de superficie de restricción compuesta. Todos los valores de X dentro de la superficie de restricción compuesta son las soluciones factibles, denotados como X_f . Además los puntos situados en los límites de esta superficie satisfacen las restricciones del problema de forma crítica.

Análogamente se puede crear una superficie para cada valor constante de la función objetivo. De esta forma todos los puntos que satisfacen $f(X)=K=\text{constante}$ constituyen una superficie en el espacio de diseño, y cada valor de la constante K corresponde a un miembro de la familia de superficies.

Si se dibujan sobre un mismo plano las superficies de la función objetivo y la superficie de restricción compuesta se pueden determinar los puntos óptimos sin mayor dificultad. El punto óptimo será aquel X tal que $f(X)=K_1$, donde K_1 es el valor mínimo de la función objetivo que tiene algún punto dentro de la superficie de restricción compuesta o en sus límites. Gráficamente el procedimiento es trivial, sin embargo en problemas donde el número de variables de diseño excede de dos o tres, aparece una gran dificultad para la representación de las superficies necesarias. En estos casos el procedimiento gráfico debe sustituirse por una metodología analítica y muy a menudo iterativa.

Definición: Una solución factible $\hat{X} \in X_f$ es denominada estrictamente eficiente si no existe ninguna $X \in X_f$ tal que $f_j(X) < f_j(\hat{X})$ para todos los $j=1, \dots, k$, donde k es el número de componentes del vector función objetivo $f(X)$. El punto $\hat{y}=f(\hat{X})$ es un punto débilmente no dominado. Una solución factible $\hat{X} \in X_f$ se denomina estrictamente eficiente cuando

no existe un valor $X \in X_f$, $X \neq \hat{X}$ tal que $f(X) \leq f(\hat{X})$. El punto $\hat{y}=f(\hat{X})$ es un (punto estrictamente) no dominado.

4.2. La optimización multiobjetivo

En la optimización del mecanismo objeto de este proyecto se modificarán únicamente las longitudes de los eslabones y su espesor. El mecanismo se comportará de forma diferente según sea la combinación, X_i , de las longitudes de sus eslabones, y por tanto cada una de estas posibles combinaciones es una alternativa o candidato a solución óptima. Cada una de las longitudes de los eslabones se denotará como x_j donde $j=1, 2, 3, \dots, n$, siendo n el número de eslabones con longitud variable. Cada combinación X_i pertenece a \mathbb{R}^n , y el conjunto de todas las combinaciones, que además cumplan las restricciones del problema, forma el conjunto factible.

$$\begin{aligned} X_i &= [x_1, x_2, \dots, x_n] \\ H(X) &= 0 \\ g(X) &\leq 0 \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$x_{min} < x_j < x_{max} \text{ para todo } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Los criterios de optimización F_1, F_2, \dots, F_k , son funciones de las variables de diseño que ayudan a evaluar la calidad de la solución en forma de funciones objetivo. En este momento podemos plantear el problema de forma matemática.

$$Min[F_1(x_j), F_2(x_j), \dots, F_l(x_j)] \tag{4.3}$$

La imagen de X bajo $F=(F_1, F_2, \dots, F_k)$ se denota como:

$$Y := F(X) := [y \in \mathbb{R}^k : y = F(X_i) \text{ para algunos } X_i \in \mathbb{R}^n] \tag{4.4}$$

Mediante la resolución del problema de optimización multiobjetivo obtendremos las soluciones eficientes, y no una única solución como en otros problemas de optimización. Estas soluciones eficientes son las que producen un resultado óptimo de uno, o varios,

de los criterios de optimización. Debemos tener en cuenta que, al tener varios criterios a minimizar de forma simultánea, lo más probable es que exista una variedad de soluciones factibles y eficientes diferentes. Cada una de estas soluciones obtendrá mejores valores para unos criterios y peores para otros. Este fenómeno es muy común debido a que generalmente los criterios se maximizan en direcciones contrarias. Por ejemplo, si buscamos un brazo mecánico con máximo alcance y mínimo peso, el criterio de máximo alcance busca eslabones de mayor longitud y por tanto de mayor peso.

Para poder escoger la solución óptima se debe establecer una jerarquía de los criterios de optimización, por ejemplo mediante la elaboración de una nueva función objetivo construida como combinación lineal de los criterios, donde los pesos de cada criterio indiquen la importancia relativa del mismo con respecto a los demás. De esta forma, además, se reduciría el problema de optimización multiobjetivo a una optimización habitual. Sin embargo no tendríamos conocimiento alguno de las soluciones eficientes. Además muy a menudo es complicado establecer una jerarquía de los criterios con un valor numérico y construir una función con ella, y es más instructivo decidir entre varias soluciones eficientes sobre las que se pueden realizar evaluaciones y compararlas entre sí por métodos que no necesariamente están incluidos en los criterios de optimización. Por ejemplo, puede que no sea un criterio de optimización la facilidad de fabricación, debido a que no es sencillo establecer una función matemática de las variables de decisión que represente este hecho. Sin embargo es posible que, una vez obtenidas las soluciones eficientes, se pueda tomar alguna decisión de forma cualitativa en este sentido.

Una vez que se conocen las bases del proceso de optimización debemos implementar un algoritmo que realice los cálculos necesarios y nos proporcione las soluciones eficientes del problema de optimización. En este proyecto se ha optado por utilizar el software informático *MATLAB*®.

4.2.1. Criterios de optimización para manipuladores

Como se comentó anteriormente la elección de los criterios de optimización es un punto sumamente importante y delicado, pues se relaciona fuertemente con la calidad de los

resultados obtenidos. Estos criterios deben venir dados de forma natural por la naturaleza del problema. En cuanto a robots o manipuladores, los criterios más importantes que se suelen utilizar de forma más habitual son los siguientes [6] [5]:

- ***Capacidad de posicionamiento y orientación:*** Esta es la característica principal de un mecanismo que haya sido diseñado para realizar una trayectoria dada o que tenga unos puntos de trabajo especificados. En un brazo mecánico de varios grados de libertad se utilizará la región accesible y el campo de orientaciones, obtenidos mediante un análisis más o menos complejo de las juntas y eslabones de que se compone. En un mecanismo plano y de un grado de libertad, como el que nos ocupa, será más interesante evaluar la forma de la trayectoria en comparación con una trayectoria deseada o la precisión con que la trayectoria producida por el mecanismo se ajusta a los puntos dados.
- ***La velocidad de respuesta*** es muy importante, pues en muchos ámbitos, sobre todo industriales, será indicativo de la productividad, y por tanto de la viabilidad económica, del manipulador. En un manipulador simple de un grado de libertad estará relacionada directamente con la velocidad del motor. En un manipulador más complejo y con más grados de libertad, debe estudiarse la matriz Jacobiana del manipulador.
- ***El comportamiento estático*** puede evaluarse estudiando las características de rigidez del mecanismo. El estudio del comportamiento estático será de gran importancia en manipuladores que trasladen cargas o ejerzan fuerzas importantes en relación al peso del manipulador.

Aunque estos son los criterios más importantes, o al menos los que se utilizan de forma más común en el diseño de manipuladores, existen muchos otros que también pueden ser críticos dependiendo del tipo de diseño que se requiera y el ámbito de utilización.

Un factor que siempre es muy importante en la ingeniería es el coste. Sin embargo a menudo no se utiliza este factor en la optimización de productos debido a que pueda

ser secundario en alguna aplicación o que sea difícil cuantificar de forma mínimamente precisa la influencia de las variables de diseño en este factor.

En un diseño sencillo, como el que se propone en este proyecto, que sea de construcción sencilla y con poca inclusión de sensores y actuadores, es previsible que el coste de material sea un factor decisivo en la elección de la configuración óptima [3] [4].

4.2.2. Optimización multiobjetivo con *MATLAB*[®]

A diferencia de una optimización general, en la optimización multiobjetivo existe más de un criterio de optimización. *MATLAB*[®] representa esta peculiaridad utilizando un vector $F(X)=(F_1(X), F_2(X), \dots, F_k(X))$ compuesto por las funciones objetivo que competirán entre sí [1].

Como se explicó anteriormente debemos buscar los puntos eficientes o no inferiores del problema en la intersección de la superficie de restricciones compuesta y las superficies de las funciones objetivo. Debido a que la optimización es ahora multiobjetivo, las superficies de las funciones objetivo serán ahora hipersuperficies de dimensión k (número de funciones objetivo). Esto imposibilita la resolución de forma gráfica, por lo que *MATLAB*[®], procederá con otras estrategias.

- ***Estrategia de Suma Ponderada***

Esta técnica consiste en minimizar una combinación lineal de las componentes del vector función objetivo. No es interesante en este proyecto, debido a los motivos que se explicaron anteriormente.

- ***Método de la Restricción ϵ***

Este método es una modificación de la Estrategia de Suma Ponderada para solucionar los problemas de ésta con regiones no convexas. Por los mismos motivos que la anterior tampoco nos interesa.

- ***Método de la Consecución de Metas***

Este método se basa en expresar una serie de metas, $F^*=(F_1^*, F_2^*, \dots, F_k^*)$, para las distintas componentes de la función objetivo, expresadas en forma de vector. La

formulación del problema permite que los objetivos sean alcanzados con una cierta holgura por exceso o por defecto. Esta holgura se puede controlar mediante un vector de coeficientes de peso, $\omega=(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k)$, quedando el problema formulado de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \gamma \\ & \gamma \in \mathbb{R}^k, \ X \in \Omega \text{ tales que } F_i(X) - \omega_i \cdot \gamma \leq F_i^* \text{ con } i = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \tag{4.5}$$

La función *fminimax.m* que se empleará en el programa de optimización de este proyecto, utiliza un caso especial de este método, donde la holgura es nula y los pesos son cero. De esta forma la función optimizará preferentemente la función objetivo que presenta un peor valor y llega a la solución de forma iterativa.

DESARROLLO DEL PROYECTO

Utilizando las técnicas de síntesis comentadas en el capítulo tercero, se procederá a la búsqueda de una serie de mecanismos que posean las especificaciones requeridas en este diseño. Una vez obtenidos estos mecanismos debemos realizar un análisis de las diversas características mecánicas, cinemáticas y dinámicas que nos ayuden a seleccionar el candidato más prometedor. Sobre el mecanismo seleccionado se aplicarán las técnicas de optimización multiobjetivo, para lo cual será necesario un estudio más profundo de dicho mecanismo.

Los mecanismos que se buscarán deben tener un único grado de libertad, y deben ser lo más simples posibles de forma que sean sencillos y baratos de construir. Será conveniente que el número de pares cinemáticos sea lo menor posible debido a las razones anteriores y que permita una modificación sustancial de la forma y dimensiones de la trayectoria realizada por el actuador.

5.1. Obtención de mecanismos

Para obtener los mecanismos se utilizará la combinación de las ecuaciones 3.6 y 3.7. En la ecuación 3.6 se introducirá la condición de 1 grado de libertad, obteniendo el número de eslabones binarios. Para buscar los mecanismos más sencillos se comenzará solo con mecanismos de eslabones únicamente binarios y posteriormente se irá introduciendo un número creciente de eslabones ternarios hasta conseguir una variedad de mecanismos

simples que cumplan las restricciones establecidas en los objetivos de este proyecto. Se comenzará por lo tanto con $B \neq 0$, $T=0$, obteniendo:

$$1 = B - 3 \Leftrightarrow B = 4 \quad (5.1)$$

$$0 = L - (1 + 3) \Rightarrow L = 4 \quad (5.2)$$

Esta combinación, aunque podría cumplir los requisitos del proyecto, no será utilizada, por ser un cuadrilátero articulado. Esta configuración es conocida y ha sido estudiada ampliamente, por lo que se procederá a buscar mecanismos ligeramente más complejos, de forma que el proceso de optimización que se realizará posteriormente tenga un mayor interés.

A continuación se impone $T=1$:

$$1 = B - 0 - 3 \Leftrightarrow B = 4 \quad (5.3)$$

$$1 = L - (1 + 3) \Rightarrow L = 5 \quad (5.4)$$

Este caso no es válido, debido a que según se comentó en el capítulo 3, si G es un número impar, L debe ser un número par. Esto implica que no se puede utilizar esta combinación únicamente con juntas completas. Por lo tanto se proseguirá con $T=2$, obteniendo:

$$1 = B - 0 - 3 \Leftrightarrow B = 4 \quad (5.5)$$

$$2 = L - (1 + 3) \Rightarrow L = 6 \quad (5.6)$$

Este caso es el más sencillo posible, en las condiciones dadas. Ahora se deben buscar las configuraciones posibles utilizando conjuntos numéricos. Debe notarse que este caso está explicado como ejemplo en la sección 3.2.2. Al tener dos eslabones ternarios y un grado de libertad debemos considerar las siguientes combinaciones:

$$(0,0,4)$$

$$(0,1,3)$$

$$(0,2,2)$$

$$(1,1,2)$$

Tal y como se explicó en el ejemplo de la sección 3.2.2, las únicas configuraciones posibles son las que poseen conjuntos numéricos iguales para los dos eslabones ternarios del mecanismo. De este modo, aplicando los conocimientos sobre isómeros aceptables, se pueden descartar las combinaciones $(0,0,4)$ y $(0,1,3)$. Por lo tanto las combinaciones posibles se basan en los conjuntos numéricos $(1,1,2)$ y $(0,2,2)$. Las posibilidades de diseño de mecanismos están ahora acotadas en gran medida, aunque es posible obtener una gran variedad aplicando los conocimientos de las técnicas de transformación de eslabonamientos.

5.1.1. Mecanismos preseleccionados

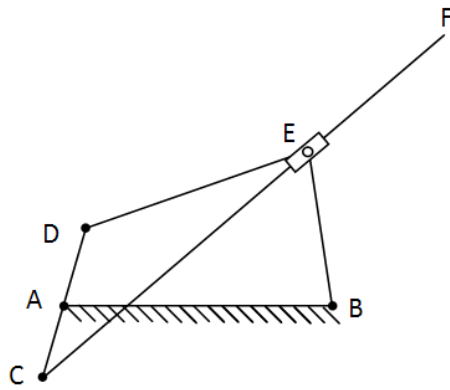
En esta sección se presentarán los mecanismos seleccionados y su proceso de obtención después de las técnicas de transformación de eslabonamientos. Todos estos mecanismos parten de una configuración $L=6$ ($B=4$, $T=2$), como se explicó anteriormente, y constan únicamente de juntas completas. Debe notarse que el propósito no es encontrar todas las configuraciones posibles, sino solo unas pocas con las que poder tomar una decisión inteligente de cara a la obtención de un diseño mecánico más eficiente.

A continuación se detallan los mecanismos que se estudiarán, que además se muestran en la figura 5.1.

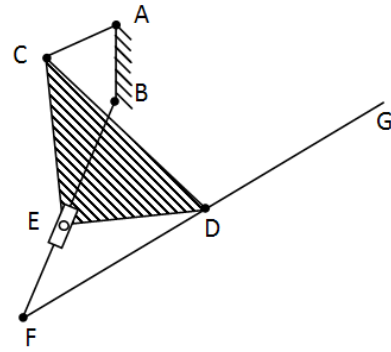
1. **Figura 5.1a:** Mecanismo basado en configuración $(0,2,2)$. Características del mecanismo: $L=5$ ($B=4$, $T=1$), $J_1 = 5$, $J_2 = 1$.

Para obtener este mecanismo partimos del mecanismo 5.2a, con $L=6$ ($B=4$, $T=2$) y se aplica la eliminación del eslabón \bar{GH} y sustitución de la junta completa resultante por una semijunta. Por último se produce la contracción parcial del eslabón \bar{EG} (ver figura 5.2).

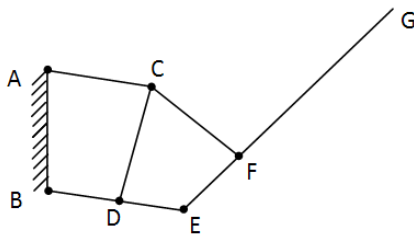
2. **Figura 5.1b:** Mecanismo basado en configuración $(1,1,2)$. Características del mecanismo: $L=6$ ($B=4$, $T=2$), $J_1 = 5$, $J_2 = 1$.



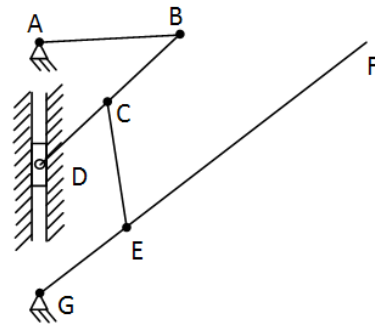
(a) Mecanismo 1



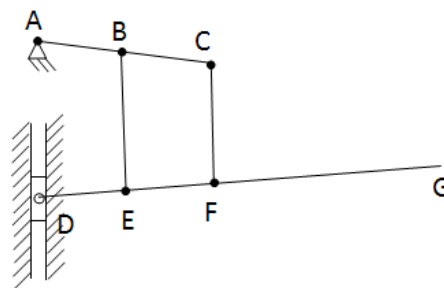
(b) Mecanismo 2



(c) Mecanismo 3



(d) Mecanismo 4



(e) Mecanismo 5

Figura 5.1: *Mecanismos seleccionados*

El mecanismo 2 se obtiene partiendo del mecanismo 5.3a. Este mecanismo sufre una eliminación de eslabón y la sustitución de la junta completa resultante por una semijunta, de la misma forma que el mecanismo 1 (ver figura 5.3).

3. **Figura 5.1c:** Mecanismo basado en configuración (0,2,2). Características del mecanismo: $L=6$ ($B=5$, $T=1$), $J_1 = 7$, $J_2 = 0$.

El tercer mecanismo únicamente sufre una contracción parcial del eslabón \bar{CH} (ver figura 5.4).

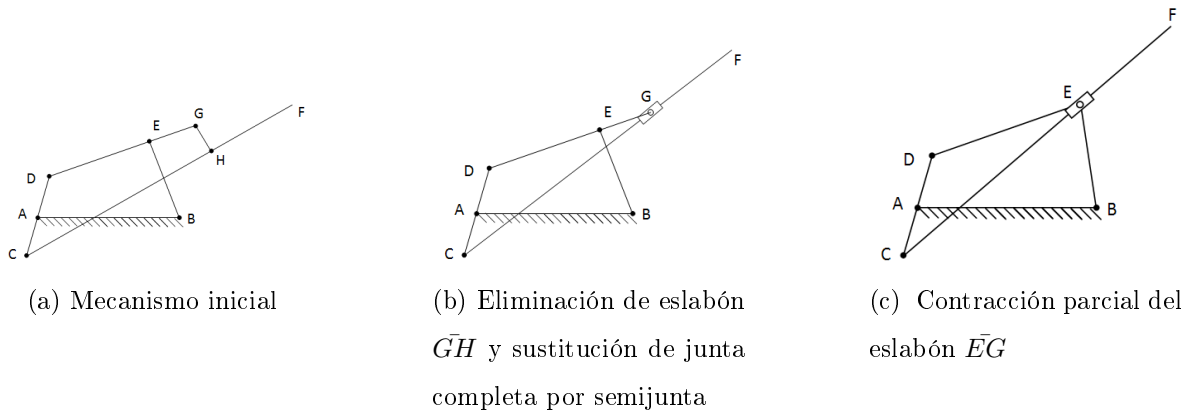


Figura 5.2: *Derivación del mecanismo 1*

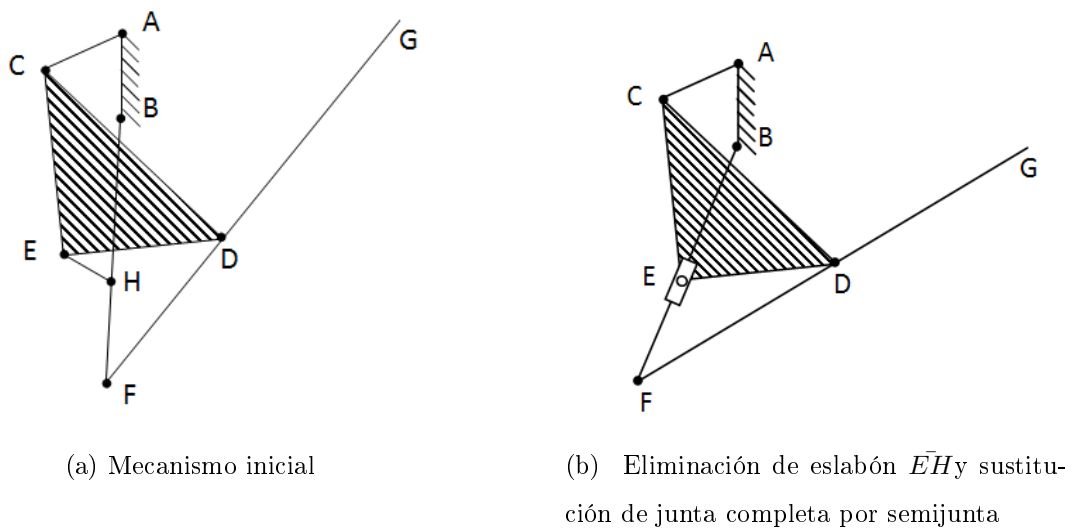
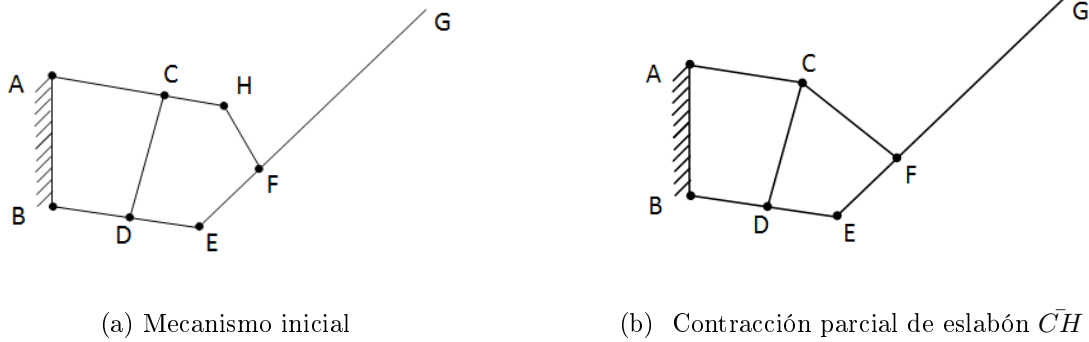
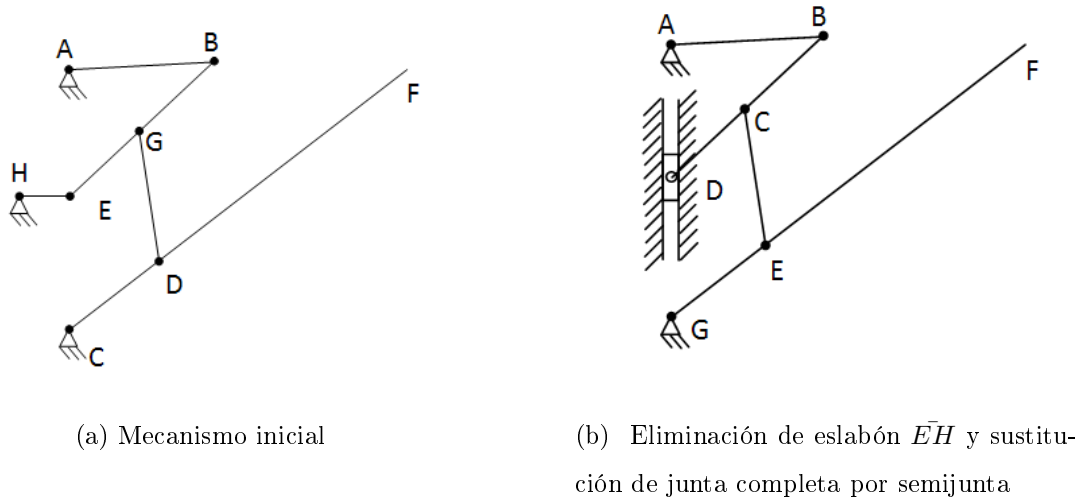


Figura 5.3: *Derivación del mecanismo 2*

Figura 5.4: *Derivación del mecanismo 3*

4. **Figura 5.1d:** Mecanismo basado en configuración (1,1,2). Características del mecanismo: $L=5$ ($B=3$, $T=2$), $J_1 = 5$, $J_2 = 1$.

Este mecanismo sufre las mismas transformaciones que los mecanismos 1 y 2, eliminación de eslabón y sustitución de junta completa por semijunta (ver figura 5.5).

Figura 5.5: *Derivación del mecanismo 4*

5. **Figura 5.1e:** Mecanismo basado en configuración (1,1,2). Características del mecanismo: $L=5$ ($B=3$, $T=2$), $J_1 = 5$, $J_2 = 1$.

El último mecanismo seleccionado también sufre las mismas transformaciones que los

mecanismos 1, 2 y 4, partiendo de una configuración $B=4$ $T=2$ de juntas completas (ver figura 5.6).

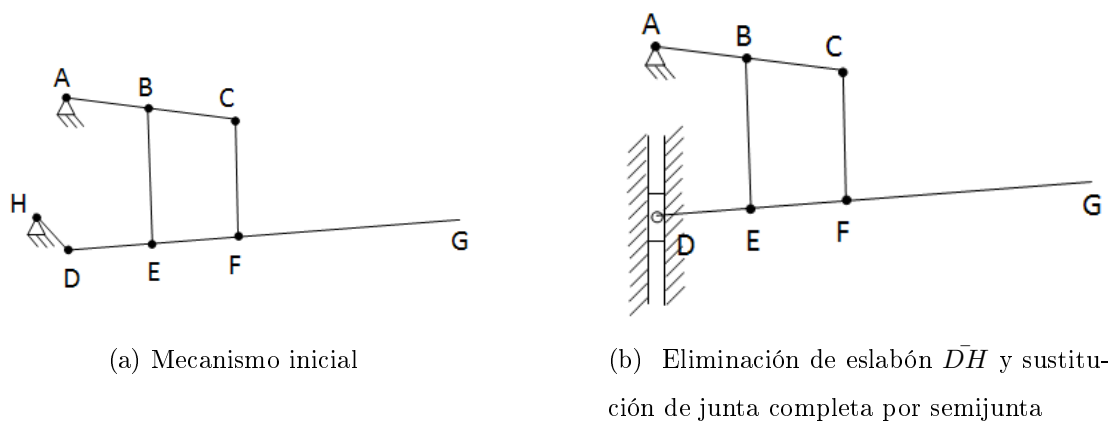


Figura 5.6: *Derivación del mecanismo 5*

5.1.2. Comparación de mecanismos

Según se comentó en el capítulo introductorio, el proceso de diseño de un mecanismo está lleno de decisiones. Una de ellas es la selección de los mecanismos válidos, descartando los que no pueden cumplir las especificaciones del diseño y posteriormente la elección del mecanismo más prometedor, que se estudiará con mayor detalle. Gracias a las técnicas de síntesis de mecanismos se ha podido reducir un campo de infinitas posibilidades de configuraciones a unas pocas. En este momento se debe tomar una nueva decisión, y elegir el mecanismo más prometedor. Para la elección de este mecanismo se debe realizar una comparación de las características cinemáticas, dinámicas y de otros tipos de los mecanismos preseleccionados.

El proceso de comparación de mecanismos requiere que se fijen unas dimensiones de los eslabones de forma que se iguale alguna característica de los mecanismos. En este proyecto se han obtenido unas medidas de los eslabones de cada mecanismo de forma que los espacios de trabajo de todos ellos tienen dimensiones similares. Esta tarea puede parecer sencilla a priori, pero conseguir espacios de trabajo similares implica combinar las dimensiones de todos los eslabones de cada mecanismo. Para facilitar esta tarea se ha

recurrido a utilizar la herramienta informática Working Model 2D (ver figura 5.7). Esta herramienta permite dibujar, de manera sencilla y rápida, los mecanismos y obtener de ellos su trayectoria además de otras características, también muy interesantes para este proyecto, que se utilizarán posteriormente.

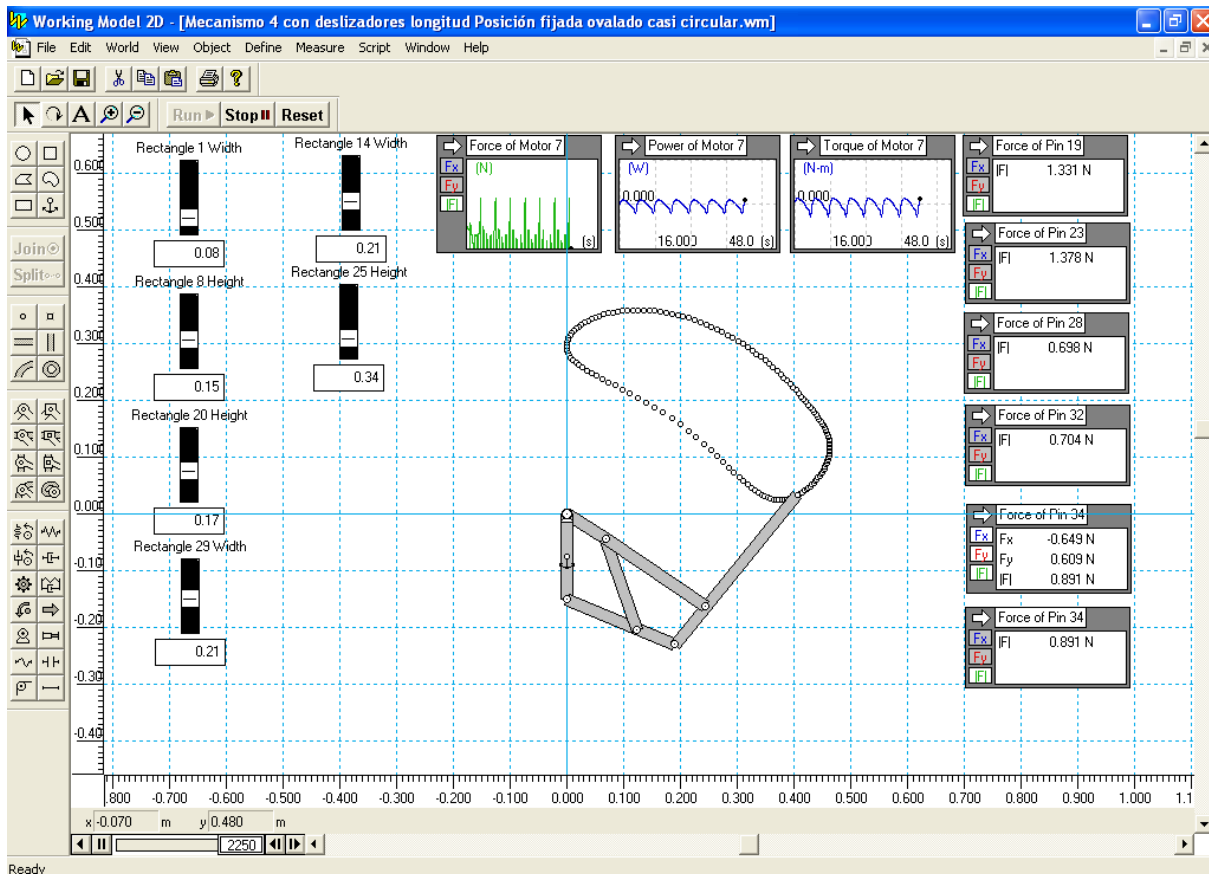


Figura 5.7: Pantalla de Working Model 2D

Para la obtención de las longitudes de los eslabones de cada mecanismo de forma que tengan espacios de trabajo similares, se ha realizado mediante *prueba y error*. Esta tarea se facilita enormemente con la utilización de Working Model 2D. El proceso seguido, ha sido la realización de los mecanismos en esta herramienta con la utilización de botones deslizantes para modificar las longitudes de los eslabones. Para medir los espacios de trabajo se ha modelado y ejecutado cada mecanismo, de forma que la trayectoria que realiza el punto final de cada brazo, donde se colocaría el actuador, quede dibujada de forma

permanente. Una vez que la trayectoria está trazada es sencillo hallar las coordenadas de cualquier punto de la misma, ya que Working Model 2D muestra las coordenadas en que se sitúa el puntero del ratón. Para medir el espacio de trabajo, debido a que las trayectorias de todos los mecanismos se asemejan en mayor o menor medida a una elipse, se ha recurrido a medir los ejes de las mismas. El procedimiento ha sido medir en Working Model 2D las posiciones de los puntos extremos de dichos ejes y hallar sus longitudes mediante las siguientes fórmulas sencillas:

$$A = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2} \quad (5.7)$$

$$B = \sqrt{(X_3 - X_4)^2 + (Y_3 - Y_4)^2} \quad (5.8)$$

donde A es la longitud del eje mayor, B la longitud del eje menor, (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) son las coordenadas de los puntos extremos del eje mayor y (X_3, Y_3) y (X_4, Y_4) son las coordenadas de los puntos extremos del eje menor.

El espacio de trabajo de los mecanismos ha tratado de ser aproximado a una longitud del eje mayor de 50 cm y del eje menor de 7 cm. Esta elección ha sido motivada por buscar una mayor semejanza dimensional con el alcance de un brazo humano. Debe notarse que en algunas configuraciones es difícil e incluso a veces imposible, conseguir que el espacio de trabajo sea igual al de referencia, en estos casos se ha priorizado la longitud del eje mayor. En la tabla 5.1 se muestran las longitudes de los eslabones de cada mecanismo y el espacio de trabajo resultante. También es importante considerar que los casos que tienen más dificultades para conseguir estas dimensiones serían menos interesantes, para este proyecto, de cara a la realización de la síntesis dimensional debido a su menor flexibilidad.

Una vez que los mecanismos han sido dimensionados para poseer espacios de trabajo similares, se puede proceder a la comparación de los mismos. Los criterios elegidos para la comparación han sido los siguientes:

- **Aceleración máxima:** Este parámetro permite estimar las fuerzas de inercia que aparecerán en el mecanismo como consecuencia del movimiento. Un mecanismo será mejor cuanto menor sea este parámetro. Su obtención se ha realizado mediante

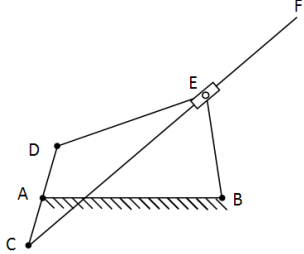
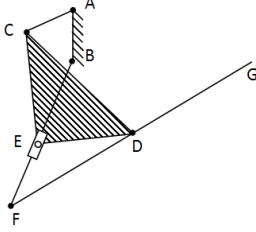
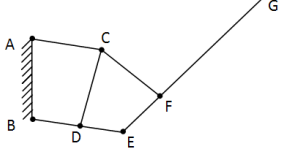
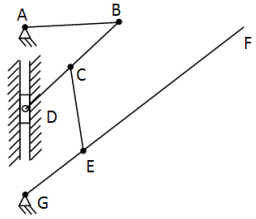
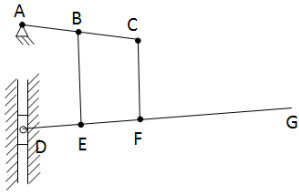
ID	Mecanismo	Dimensiones (mm)	A (mm)	B (mm)
1		$\bar{AB} = 150$ $\bar{DC} = 100$ $\bar{BE} = 170$ $\bar{DE} = 170$ $\bar{CF} = 700$	501,19	72,80
2		$\bar{FD} = 165$ $\bar{BF} = 250$ $\bar{AB} = 100$ $\bar{FG} = 480$ $\bar{AC} = 60$ $\bar{CD} = 232$ $\bar{CE} = 160$ $\bar{DE} = 138$	503.29	70,71
3		$\bar{AB} = 150$ $\bar{CF} = 210$ $\bar{AC} = 80$ $\bar{EG} = 340$ $\bar{BE} = 210$ $\bar{BD} = 135$ $\bar{CD} = 170$ $\bar{EF} = 86$	502.49	178,04
4		$\bar{AB} = 100$ $\bar{GE} = 63$ $\bar{AG} = 200$ $\bar{CE} = 150$ $\bar{BD} = 130$ $\bar{BC} = 65$ $\bar{GF} = 400$	502.89	0
5		$\bar{AC} = 100$ $\bar{DG} = 360$ $\bar{AB} = 50$ $\bar{DE} = 103$ $\bar{BE} = 120$ $\bar{EF} = 64$ $\bar{CF} = 130$	530	56.57

Tabla 5.1: Dimensiones de los eslabones y espacios de trabajo de los mecanismos

Working Model 2D, midiendo la aceleración del punto de anclaje del actuador en cada mecanismo.

- **Velocidad máxima:** Una mayor velocidad máxima del punto de anclaje del actuador indica una mayor velocidad de movimiento. Este factor en conjunción con una aceleración máxima baja, indica que el movimiento del mecanismo es más suave, y por lo tanto es previsible que los esfuerzos mecánicos sean menores.
- **Dimensiones del robot:** Debido a que se pretende minimizar el peso y las fuerzas de inercia, será preferible una menor longitud de los eslabones. De esta forma se obtendrá un menor peso y coste del robot.
- **Diseño real:** Este criterio indicará la dificultad de diseño y construcción del mecanismo. Este parámetro no es cuantificable, pero es muy importante en el proceso global de diseño.
- **Fuerzas y momentos en eslabones:** Los esfuerzos máximos en los eslabones deben ser lo menores posibles, lo cual indica que un mecanismo tiene un mejor diseño.

Los parámetros de fuerzas y momentos en los eslabones han sido evaluados para una velocidad angular del motor de $\frac{\pi}{4} \frac{rad}{s} \left(45 \frac{deg}{s} \right)$. Los factores de velocidad y aceleración máxima se medirán con diferentes velocidades angulares del motor. Esto permite evaluar la influencia de la velocidad del motor en estos parámetros. De esta forma buscando aceleraciones máximas similares en diferentes mecanismos, se puede deducir cual de ellos, por ejemplo, funciona a mayor velocidad angular. Se ha fijado como aceleración máxima de referencia $0,5 \frac{m}{s^2}$. En la tabla 5.2 de resultados se añade el dato de la velocidad del motor que produce esta aceleración para cada mecanismo, lo cual es el dato más significativo en cuanto a la velocidad máxima del motor a la que puede funcionar el mecanismo. A continuación se muestran tablas que recogen los resultados de las mediciones comentadas anteriormente.

Para seleccionar el mecanismo más prometedor se tendrá en cuenta principalmente el parámetro de longitud total, L_{Total} , y el de la velocidad del motor máxima aceptable

ω_{max} . El parámetro de longitud total indica la suma de las longitudes de los eslabones, lo cual se relaciona directamente con el peso del mecanismo, además de tener gran influencia en el coste de este mecanismo, por lo tanto se desea que sea mínimo. El parámetro de velocidad máxima aceptable del motor deberá ser lo mayor posible. De acuerdo con las observaciones anteriores, y a la luz de los datos recogidos en la tabla 5.2, se deduce que los mecanismos más prometedores son el 3 y el 4. Teniendo en cuenta que el mecanismo 4 posee una trayectoria unidimensional (véase que en este mecanismo $B=0\text{mm}$), será de menor interés de cara a la optimización multiobjetivo, pues su trayectoria es mucho más simple que las demás.

Por todo esto se elegirá el mecanismo 3 como el más prometedor, y será el que será estudiado de aquí en adelante.

5.1.3. Cinemática del mecanismo más prometedor

Este apartado está dedicado a un estudio más profundo del mecanismo seleccionado. El motivo principal del mismo es obtener las ecuaciones analíticas del movimiento para poder utilizarlas en la optimización multiobjetivo posterior.

La obtención de las ecuaciones analíticas del movimiento se realiza por medio de relaciones geométricas con el fin de establecer el nexo de unión entre la posición, velocidad y aceleración del punto G (punto final del brazo y de instalación del actuador final en caso de ser necesario) con la posición del ángulo θ , que produce el motor en cada instante de tiempo. Este ángulo, así como los ángulos auxiliares α y β , se muestran en la figura 5.8 para una mejor comprensión de las ecuaciones posteriores.

Para la obtención de las ecuaciones analíticas se comenzará por el cálculo de la posición y posteriormente se hallarán las ecuaciones de velocidad, ya que estas se obtienen por derivación de las ecuaciones de posición. En caso de ser necesario se podrían obtener las ecuaciones de aceleración mediante derivación de las expresiones de velocidad. Debido a que en este proyecto no se han utilizado, no tiene interés alguno hallarlas.

Mecanismo	A(mm)	B(mm)	$L_{Total}(m)$	$\omega(\frac{rad}{s})$	$A_{max}(\frac{m}{s^2})$	$V_{max}(\frac{m}{s})$	$\omega_{max}(\frac{rad}{s})$
1	501.2	72.80	1.29	π	7.18	1.40	0.83
				1.57	1.80	0.7	
				0.79	0.45	0.35	
				0.39	0.11	0.18	
2	503.29	70.71	0.89	π	16.22	2.14	0.55
				1.57	4.06	1.07	
				0.79	1.02	0.53	
				0.39	0.25	0.27	
3	502.49	178.04	1.16	π	6.81	1.46	0.85
				1.57	1.70	0.73	
				0.79	0.43	0.37	
				0.39	0.11	0.18	
4	502.89	0	0.98	π	14.74	1.72	0.57
				1.57	3.73	0.86	
				0.79	0.93	0.43	
				0.39	0.23	0.22	
5	530	56.57	0.71	π	101.25	3.35	0.17
				1.57	38.92	1.68	
				0.79	9.67	1.01	
				0.39	2.63	0.51	

Tabla 5.2: Resultados de la comparación de mecanismos

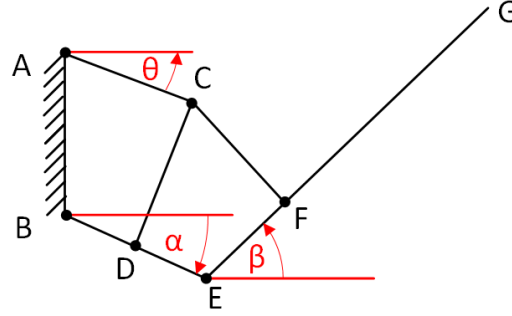


Figura 5.8: Esquema del mecanismo 3

5.1.4. Ecuaciones analíticas de posición

A la vista de la figura 5.8 se pueden deducir las coordenadas del punto G:

$$\begin{aligned} X_G &= \bar{B}E \cdot \cos(\alpha) + \bar{E}G \cdot \cos(\beta) \\ Y_G &= \bar{B}E \cdot \sin(\alpha) + \bar{E}G \cdot \sin(\beta) - \bar{A}B \end{aligned} \quad (5.9)$$

El problema ahora se centra en hallar los valores de los ángulos auxiliares en función del ángulo θ , para ello se procederá de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} X_C &= \bar{A}C \cdot \cos(\theta) \\ Y_C &= \bar{A}C \cdot \sin(\theta) \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} X_D &= \bar{B}D \cdot \cos(\alpha) \\ Y_D &= \bar{B}D \cdot \sin(\alpha) - \bar{A}B \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$(X_C - X_D)^2 + (Y_C - Y_D)^2 - \bar{C}D^2 = 0 \quad (5.12)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.10 y 5.11 en la ecuación 5.12 y despejando α , se obtiene el siguiente resultado:

$$\alpha = \arcsen \left(\frac{2 \cdot \bar{A}C \cdot \bar{A}B \cdot \sin(\theta) - \bar{C}D^2 + \bar{A}C^2 + \bar{B}D^2 + \bar{A}B^2}{\sqrt{F_1^2 + G_1^2}} \right) + \arctg \left(\frac{F_1}{G_1} \right) \quad (5.13)$$

donde,

$$\begin{aligned} F_1 &= -2 \cdot \bar{AC} \cdot \bar{BD} \cdot \cos(\theta) \\ G_1 &= 2 \cdot \bar{AC} \cdot \bar{BD} \cdot \sen(\theta) + 2 \cdot \bar{AB} \cdot \bar{BD} \end{aligned} \quad (5.14)$$

A continuación se operará de forma análoga para obtener el ángulo β .

$$\begin{aligned} X_E &= \bar{BE} \cdot \cos(\alpha) \\ Y_E &= \bar{BE} \cdot \sen(\alpha) - \bar{AB} \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} X_F &= X_E + \bar{EF} \cdot \cos(\beta) \\ Y_F &= Y_E + \bar{EF} \cdot \sen(\beta) \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$(X_C - X_F)^2 + (Y_C - Y_F)^2 - \bar{CF}^2 = 0 \quad (5.17)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.15 y 5.16 en la ecuación 5.17, despejando β y sustituyendo α por su valor en función de θ hallado anteriormente, se llega a la siguiente ecuación:

$$\beta = \left| -\arcsen(\phi) - \arctg\left(\frac{G_2}{F_2}\right) \right| \quad (5.18)$$

donde,

$$\phi = \frac{2 \cdot (X_C \cdot X_E + Y_C \cdot Y_E) + \bar{CF}^2 - X_C^2 - Y_C^2 - X_E^2 - Y_E^2 - \bar{EF}^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} F_2 &= 2 \cdot \bar{EF} \cdot (Y_E - Y_C) \\ G_2 &= 2 \cdot \bar{EF} \cdot (X_E - X_C) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Las ecuaciones analíticas de la posición del mecanismo halladas anteriormente corresponden al mecanismo seleccionado. Sin embargo durante la realización del proyecto se llegó a la conclusión de que el mecanismo poseía mejores características si se colocaba girado. Este cambio fue motivado por la mejor forma de la trayectoria en la parte superior de la misma, además de que permitía que el mecanismo pudiera llegar a coger objetos situados en una altura más cercana a la posición de la base del mismo. Debido a

estas consideraciones las ecuaciones analíticas han sido modificadas para facilitar la nueva implementación en *MATLAB*®.

La obtención de las ecuaciones es exactamente la misma que en el caso original, simplemente se han realizado cambios en el posicionamiento de los ángulos auxiliares y el punto de referencia del mecanismo. Debe notarse que el mecanismo ha sido girado de forma que el eslabón \bar{AB} está anclado en posición horizontal, quedando la manivela \bar{AC} en la parte derecha del mecanismo. El punto de origen del mecanismo se ha tomado en el punto B.

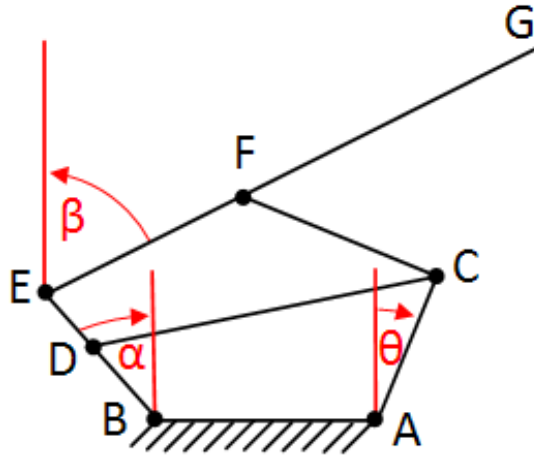


Figura 5.9: Esquema del mecanismo 3

La figura 5.9 permite conocer las nuevas coordenadas del punto G, que son:

$$\begin{aligned} X_G &= -\bar{BE} \cdot \text{sen}(\alpha) + \bar{EG} \cdot \text{sen}(\beta) \\ Y_G &= \bar{BE} \cdot \text{cos}(\alpha) + \bar{EG} \cdot \text{cos}(\beta) \end{aligned} \quad (5.21)$$

Obtención de las expresiones de los ángulos auxiliares.

$$\begin{aligned} X_C &= \bar{AC} \cdot \text{sen}(\theta) + \bar{AB} \\ Y_C &= \bar{AC} \cdot \text{cos}(\theta) \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} X_D &= -\bar{BD} \cdot \text{sen}(\alpha) \\ Y_D &= \bar{BD} \cdot \text{cos}(\alpha) \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$(X_C - X_D)^2 + (Y_C - Y_D)^2 - \bar{C}D^2 = 0 \quad (5.24)$$

Se sustituyen las ecuaciones 5.22 y 5.23 en la ecuación 5.24 para obtener α .

$$\alpha = \arcsen \left(\frac{2 \cdot \bar{A}C \cdot \bar{A}B \cdot \sen(\theta) - \bar{C}D^2 + \bar{A}C^2 + \bar{B}D^2 + \bar{A}B^2}{2 \cdot \sqrt{F_1^2 + G_1^2}} \right) - \arctg \left(\frac{G_1}{F_1} \right) \quad (5.25)$$

donde,

$$\begin{aligned} F_1 &= \bar{A}C \cdot \bar{B}D \cdot \cos(\theta) \\ G_1 &= \bar{B}D \cdot (\bar{A}B + \bar{A}C \cdot \sen(\theta)) \end{aligned} \quad (5.26)$$

Obtención del ángulo β .

$$\begin{aligned} X_E &= -\bar{B}E \cdot \sen(\alpha) \\ Y_E &= \bar{B}E \cdot \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} X_F &= X_E + \bar{E}F \cdot \sen(\beta) \\ Y_F &= Y_E + \bar{E}F \cdot \cos(\beta) \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$(X_C - X_F)^2 + (Y_C - Y_F)^2 - \bar{C}F^2 = 0 \quad (5.29)$$

Se despeja β .

$$\beta = \arcsen(\phi) - \arctg \left(\frac{G_2}{F_2} \right) \quad (5.30)$$

donde,

$$\phi = \frac{2 \cdot (X_C \cdot X_E + Y_C \cdot Y_E) + \bar{C}F^2 - \bar{A}C^2 - \bar{A}B^2 - X_E^2 - Y_E^2 - \bar{E}F^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}} \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} F_2 &= 2 \cdot \bar{E}F \cdot (Y_E - Y_C) \\ G_2 &= 2 \cdot \bar{E}F \cdot (X_E - X_C) \end{aligned} \quad (5.32)$$

5.1.5. Ecuaciones analíticas de velocidad

Las ecuaciones analíticas de velocidad se obtienen por derivación de las ecuaciones de posición. Primero se expondrán las ecuaciones analíticas correspondientes al mecanismo original y a continuación las del mecanismo girado, al igual que se realizó en el apartado anterior.

De la misma forma que en las ecuaciones de posición, la velocidad del punto final del brazo viene dada por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{X}_G = -\bar{B}E \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{d\theta} - \bar{E}G \cdot \text{sen}(\beta) \cdot \frac{d\beta}{d\theta} \quad (5.33)$$

$$\dot{Y}_G = \bar{B}E \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{d\theta} + \bar{E}G \cdot \cos(\beta) \cdot \frac{d\beta}{d\theta}$$

Deben calcularse ahora las derivadas de los ángulos auxiliares respecto del ángulo de posición θ .

$$\frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\frac{du_\alpha}{d\theta}}{\sqrt{1 - u_\alpha^2}} + \frac{\frac{dv_\alpha}{d\theta}}{1 + v_\alpha^2} \quad (5.34)$$

donde,

$$u_\alpha = \frac{2 \cdot \bar{A}C \cdot \bar{A}B \cdot \text{sen}(\theta) - \bar{C}D^2 + \bar{A}C^2 + \bar{B}D^2 + \bar{A}B^2}{\sqrt{F_1^2 + G_1^2}} \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_\alpha}{d\theta} = & \frac{2 \cdot \bar{A}B \cdot \bar{A}C \cdot \cos(\theta) \cdot \sqrt{F_1^2 + G_1^2}}{F_1^2 + G_1^2} \\ & - \frac{2 \cdot \bar{A}C \cdot \bar{B}D (F_1 \cdot \text{sen}(\theta) + G_1 \cdot \cos(\theta)) \cdot \frac{2 \cdot \bar{A}C \cdot \bar{A}B \cdot \text{sen}(\theta)}{\sqrt{F_1^2 + G_1^2}}}{F_1^2 + G_1^2} \\ & + \frac{2 \cdot \bar{A}C \cdot \bar{B}D (F_1 \cdot \text{sen}(\theta) + G_1 \cdot \cos(\theta)) \cdot \frac{\bar{C}D^2 - \bar{B}D^2 - \bar{A}B^2 - \bar{A}C^2}{\sqrt{F_1^2 + G_1^2}}}{F_1^2 + G_1^2} \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$v_\alpha = \frac{F_1}{G_1} \quad (5.37)$$

$$\frac{v_\alpha}{d\theta} = \frac{2 \cdot \bar{AC}\bar{BD} (G_1 \cdot \text{sen}(\theta) - F_1 \cdot \text{cos}(\theta))}{G_1^2} \quad (5.38)$$

$$\frac{d\beta}{d\theta} = -\frac{\frac{du_\beta}{d\theta}}{\sqrt{1 - u_\beta^2}} - \frac{\frac{dv_\beta}{d\theta}}{1 + v_\beta^2} \quad (5.39)$$

$$u_\beta = \frac{2(X_C \cdot X_E + Y_C \cdot Y_E) + \bar{C}F^2 - X_C^2 - Y_C^2 - X_E^2 - Y_E^2 - \bar{E}F^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}} \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_\beta}{d\theta} = & \frac{2 \cdot \left(-X_E \cdot \bar{AC} \cdot \text{sen}(\theta) - X_C \cdot \bar{BE} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \right) \cdot \sqrt{F_2^2 + G_2^2}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{2 \cdot \left(Y_E \cdot \bar{AC} \cdot \text{cos}(\theta) + Y_C \cdot \bar{BE} \cdot \text{cos}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \right) \cdot \sqrt{F_2^2 + G_2^2}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{2 \cdot \bar{AC} \cdot (Y_C \cdot \text{cos}(\theta) - X_C \cdot \text{sen}(\theta)) \cdot \sqrt{F_2^2 + G_2^2}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{\left(2 \cdot \bar{BE} \cdot \text{cos}(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{d\theta} (X_E + Y_E) \right) \cdot \sqrt{F_2^2 + G_2^2}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{2 \cdot \bar{EF} \cdot F_2 \left(\bar{BE} \cdot \text{cos}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} - \bar{AC} \cdot \text{cos}(\theta) \right) \cdot \frac{2(X_C \cdot X_E + Y_C \cdot Y_E)}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{2 \cdot \bar{EF} \cdot G_2 \left(-\bar{BE} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} - \bar{AC} \cdot \text{sen}(\theta) \right) \cdot \frac{2(X_C \cdot X_E + Y_C \cdot Y_E)}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{2 \cdot \bar{EF} \cdot F_2 \left(\bar{BE} \cdot \text{cos}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} - \bar{AC} \cdot \text{cos}(\theta) \right) \cdot \frac{X_C^2 + Y_C^2 + X_E^2 + Y_E^2 + \bar{EF}^2 - \bar{CF}^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & - \frac{2 \cdot \bar{EF} \cdot G_2 \cdot \bar{BE} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \cdot \frac{X_C^2 + Y_C^2 + X_E^2 + Y_E^2 + \bar{EF}^2 - \bar{CF}^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & - \frac{2 \cdot \bar{EF} \cdot G_2 \cdot \bar{AC} \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \frac{X_C^2 + Y_C^2 + X_E^2 + Y_E^2 + \bar{EF}^2 - \bar{CF}^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \end{aligned} \quad (5.41)$$

$$v_\beta = \frac{G_2}{F_2} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_\beta}{d\theta} = & \frac{2 \cdot \bar{E}\bar{F} \cdot F_2 \left(-\bar{B}\bar{E} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} - \bar{A}\bar{C} \cdot \text{sen}(\theta) \right)}{F_2^2} \\ & - \frac{2 \cdot \bar{E}\bar{F} \cdot G_2 \left(\bar{B}\bar{E} \cdot \text{cos}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} + \bar{A}\bar{C} \cdot \text{cos}(\theta) \right)}{F_2^2} \end{aligned} \quad (5.43)$$

A continuación se realizará el mismo proceso para el mecanismo en la nueva posición.

$$\dot{X}_G = -\bar{B}\bar{E} \cdot \text{cos}(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{d\theta} + \bar{E}\bar{G} \cdot \text{cos}(\beta) \cdot \frac{d\beta}{d\theta} \quad (5.44)$$

$$\dot{Y}_G = -\bar{B}\bar{E} \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{d\theta} - \bar{E}\bar{G} \cdot \text{sen}(\beta) \cdot \frac{d\beta}{d\theta}$$

Obtención de las derivadas de los ángulos auxiliares respecto del ángulo de posición θ .

$$\frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\frac{du_\alpha}{d\theta}}{\sqrt{1 - u_\alpha^2}} - \frac{\frac{dv_\alpha}{d\theta}}{1 + v_\alpha^2} \quad (5.45)$$

donde,

$$u_\alpha = \frac{2 \cdot \bar{A}\bar{C} \cdot \bar{A}\bar{B} \cdot \text{sen}(\theta) - \bar{C}\bar{D}^2 + \bar{A}\bar{C}^2 + \bar{B}\bar{D}^2 + \bar{A}\bar{B}^2}{\sqrt{F_1^2 + G_1^2}} \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_\alpha}{d\theta} = & \frac{2 \cdot \bar{A}\bar{B} \cdot \bar{A}\bar{C} \cdot \text{cos}(\theta) \cdot \sqrt{F_1^2 + G_1^2}}{F_1^2 + G_1^2} \\ & - \frac{\bar{A}\bar{C} \cdot \bar{B}\bar{D} (G_1 \cdot \text{cos}(\theta) - F_1 \cdot \text{sen}(\theta)) \cdot \frac{2 \cdot \bar{A}\bar{C} \cdot \bar{A}\bar{B} \cdot \text{sen}(\theta)}{\sqrt{F_1^2 + G_1^2}}}{F_1^2 + G_1^2} \\ & + \frac{\bar{A}\bar{C} \cdot \bar{B}\bar{D} (G_1 \cdot \text{cos}(\theta) - F_1 \cdot \text{sen}(\theta)) \cdot \frac{\bar{C}\bar{D}^2 - \bar{B}\bar{D}^2 - \bar{A}\bar{B}^2 - \bar{A}\bar{C}^2}{\sqrt{F_1^2 + G_1^2}}}{F_1^2 + G_1^2} \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$v_\alpha = \frac{F_1}{G_1} \quad (5.48)$$

$$\frac{v_\alpha}{d\theta} = \frac{-\bar{A}\bar{C}\bar{B}\bar{D}(G_1 \cdot \text{sen}(\theta) + F_1 \cdot \text{cos}(\theta))}{G_1^2} \quad (5.49)$$

$$\frac{d\beta}{d\theta} = \frac{\frac{du_\beta}{d\theta}}{\sqrt{1 - u_\beta^2}} - \frac{\frac{dv_\beta}{d\theta}}{1 + v_\beta^2} \quad (5.50)$$

$$u_\beta = \frac{2(X_C \cdot X_E + Y_C \cdot Y_E) + \bar{C}F^2 - \bar{A}C^2 - \bar{A}B^2 - X_E^2 - Y_E^2 - \bar{E}F^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}} \quad (5.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_\beta}{d\theta} = & \frac{2 \cdot \left(X_E \cdot \bar{A}\bar{C} \cdot \text{cos}(\theta) - X_C \cdot \bar{B}\bar{E} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \right) \cdot \sqrt{F_2^2 + G_2^2}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & - \frac{2 \cdot \left(Y_E \cdot \bar{A}\bar{C} \cdot \text{sen}(\theta) + Y_C \cdot \bar{B}\bar{E} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \right) \cdot \sqrt{F_2^2 + G_2^2}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{\left(2 \cdot \bar{B}\bar{E} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \cdot (X_E + Y_E) \right) \cdot \sqrt{F_2^2 + G_2^2}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & - \frac{2 \cdot \bar{E}F \cdot F_2 \left(\bar{A}\bar{C} \cdot \text{sen}(\theta) - \bar{B}\bar{E} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \right) \cdot \frac{2(X_C \cdot X_E + Y_C \cdot Y_E)}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{2 \cdot \bar{E}F \cdot G_2 \left(-\bar{B}\bar{E} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} - \bar{A}\bar{C} \cdot \text{sen}(\theta) \right) \cdot \frac{2(X_C \cdot X_E + Y_C \cdot Y_E)}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & + \frac{2 \cdot \bar{E}F \cdot F_2 \left(\bar{A}\bar{C} \cdot \text{sen}(\theta) - \bar{B}\bar{E} \cdot \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \right) \cdot \frac{\bar{A}C^2 + \bar{A}B^2 + X_E^2 + Y_E^2 + \bar{E}F^2 - \bar{C}F^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & - \frac{2 \cdot \bar{E}F \cdot G_2 \cdot \bar{B}\bar{E} \cdot \text{cos}(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \cdot \frac{\bar{A}C^2 + \bar{A}B^2 + X_E^2 + Y_E^2 + \bar{E}F^2 - \bar{C}F^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \\ & - \frac{2 \cdot \bar{E}F \cdot G_2 \cdot \bar{A}\bar{C} \cdot \text{cos}(\theta) \cdot \frac{\bar{A}C^2 + \bar{A}B^2 + X_E^2 + Y_E^2 + \bar{E}F^2 - \bar{C}F^2}{\sqrt{F_2^2 + G_2^2}}}{F_2^2 + G_2^2} \end{aligned} \quad (5.52)$$

$$v_\beta = \frac{G_2}{F_2} \quad (5.53)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_\beta}{d\theta} = & \frac{2 \cdot \bar{E}F \cdot F_2 \left(-\bar{B}\bar{E} \cdot \cos(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} - \bar{A}\bar{C} \cdot \cos(\theta) \right)}{F_2^2} \\ & - \frac{2 \cdot \bar{E}F \cdot G_2 \left(-\bar{B}\bar{E} \cdot \sin(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} + \bar{A}\bar{C} \cdot \sin(\theta) \right)}{F_2^2} \end{aligned} \quad (5.54)$$

5.2. Optimización multiobjetivo del mecanismo

Como ya se comentó en el apartado anterior, las dimensiones de los eslabones de los mecanismos han sido, hasta ahora, elegidas de forma arbitraria, con la única motivación de posibilitar la comparación de las características cinemáticas, dinámicas y demás de los diseños preseleccionados. Debido a que ya se ha realizado dicha comparación se deberá proceder a calcular las dimensiones de los eslabones del mecanismo más prometedor para que éste pueda cumplir los requisitos de aplicación de la forma óptima. Esto se conoce como proceso de síntesis dimensional. La optimización multiobjetivo responde a la necesidad de un método analítico para el desarrollo de dicho proceso de síntesis dimensional.

Para realizar el proceso de optimización multiobjetivo se elaborará un programa en *MATLAB*® que buscará los valores de las longitudes de los eslabones y el espesor de los mismos (variables básicas) de forma que minimice el valor de la función objetivo. Los valores de las variables básicas se expresarán en forma de vector y se denotará de aquí en adelante como x . Debido a que es una optimización multiobjetivo, la función objetivo será un vector, denominado $F(x)$, donde cada componente tiene en cuenta un criterio diferente.

$$F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)] \quad (5.55)$$

5.2.1. Funciones objetivo elegidas

La función objetivo $F(x)$ consta de seis componentes que son las siguientes:

1. **Función de alcance:** Esta función objetivo tiene como fin conseguir la mayor distancia entre el punto final del mecanismo, punto G, y el punto tomado como origen, el punto B en el caso del mecanismo girado. El cálculo del alcance se realiza en el punto definido como *extendido*. Más adelante se explicará la ubicación de este punto dentro de la trayectoria del mecanismo y el método de obtención utilizado.

El alcance se calcula en *MATLAB*® mediante la función denominada *alcance.m*. Esta función tiene como parámetros de entrada las coordenadas X e Y del punto denominado *extendido*. La función *alcance.m* calcula la distancia en línea recta entre los dos puntos indicados utilizando la siguiente fórmula:

$$A = \sqrt{X_{ext}^2 + Y_{ext}^2} \quad (5.56)$$

La función *fminimax.m* utilizada en el programa de optimización siempre busca minimizar las componentes del vector función objetivo. Por lo tanto la componente $f_1(x)$ debe disminuir cuando aumente el alcance. Por otro lado, para un mejor funcionamiento de dicha función se debe hacer que todas las componentes del vector función objetivo tengan valores similares cuando el mecanismo se acerque a sus valores óptimos. Por este motivo se buscará que las componentes del vector $F(x)$ tengan valores cercanos a cero cuando son óptimos. Debido a que las dimensiones utilizadas para la comparación de los mecanismos realizada anteriormente se tomará como solución inicial, se relacionará el alcance óptimo deseado con el alcance que posee la solución inicial, de forma que el valor de esta componente de la función objetivo queda normalizado. De esta forma la primera componente de la función objetivo realizará el siguiente cálculo:

$$f_1(x) = \frac{A_0}{A_j} \quad (5.57)$$

En la ecuación 5.57 A_0 es el valor del alcance de la solución inicial, y A_j es el valor del alcance de la iteración actual. Con esta formulación, inicialmente la componente $f_1(x)$ tendrá un valor de 1. A medida que el alcance del mecanismo aumente este valor disminuirá.

2. **Función de peso:** La función peso es la segunda componente del vector $F(x)$. Esta función calcula el peso de los eslabones del mecanismo. Este valor se calcula a través de la función *peso.m*, cuyos únicos parámetros de entrada son las longitudes de los eslabones y el espesor de los mismos. El peso se calcula hallando el volumen de los eslabones y multiplicando por su densidad. Para este cálculo se han utilizado eslabones de sección rectangular fabricados en aluminio ($\rho=2700 \frac{kg}{m^3}$) y con un ancho de $w=20$ mm. La función peso ejecuta la siguiente operación simple:

$$P = \sum_{i=1}^8 \frac{x_i \cdot e \cdot w \cdot \rho}{1000} \quad (5.58)$$

donde, las longitudes de los eslabones, x_i con $i=1,2,\dots,8$, se dan en milímetros, $e = \frac{x(9)}{1000}$ es el valor del espesor en m, el ancho del eslabón w se introduce en metros y la densidad en $\frac{kg}{m^3}$, obteniéndose el peso en kg.

$$f_2(x) = \frac{P_j}{P_0} \quad (5.59)$$

La componente $f_2(x)$ se obtiene mediante la ecuación 5.59. En esta ecuación P_0 es el peso del mecanismo inicial calculado con la fórmula 5.58, mientras que P_j es el peso del mecanismo en cada iteración. En la primera iteración el valor de $f_2(x)$ será uno, y disminuirá de forma paralela a la disminución de las longitudes de los eslabones del mecanismo.

3. **Amplitud de movimiento:** El criterio de amplitud tiene como objetivo evitar que durante el proceso de optimización se llegue a soluciones en que la trayectoria tenga un recorrido pequeño, es decir que los puntos retraído y extendido estén demasiado

cerca, limitando el espacio de trabajo del brazo mecánico. Este criterio busca una mayor amplitud de la trayectoria utilizando la siguiente relación:

$$AM = \sqrt{(X_{ext} - X_{ret})^2 + (Y_{ext} - Y_{ret})^2} \quad (5.60)$$

La componente $f_3(x)$ se calcula de forma análoga a las dos primeras componentes del vector función objetivo.

$$f_3(x) = \frac{AM_0}{AM_j} \quad (5.61)$$

donde, AM_0 es la amplitud del movimiento con las dimensiones iniciales y AM_j es la calculada en cada iteración. La tercera componente de la función objetivo tendrá un valor menor cuanto más se aumente la amplitud del movimiento del mecanismo.

4. **Nivel de parabolismo:** La medida denominada como nivel de parabolismo está enfocada a modelar la forma inferior de la trayectoria del mecanismo con el fin de tener una trayectoria suave. Esta trayectoria suave busca limitar la aparición de cambios bruscos de trayectoria que producirían grandes aceleraciones del movimiento con las consiguientes fuerzas de inercia. Además una forma parabólica sería conveniente en la parte inferior de la trayectoria, pues facilitaría las operaciones de *pick and place* y cualquier actuación del mecanismo en la parte inferior de la trayectoria en su aplicación práctica.

El nivel de parabolismo se calcula a través de una función programada en *MATLAB*® denominada *NivParab3.m*. Dicha función toma como parámetros de entrada las longitudes de los eslabones, aunque en su código utiliza otra función auxiliar que calcula los puntos significativos de la trayectoria del mecanismo, indicados en la figura 5.10. En la figura 5.10 se muestran los puntos significativos de la trayectoria que se utilizan en el programa de optimización. Los puntos retraído y extendido son respectivamente el cuadrado rojo y el cuadrado azul. El punto extendido está situado en el medio de los puntos de mínima Y, asterisco azul, y el de máxima X, círculo azul. Análogamente el punto retraído se ubica entre el punto de máxima Y y el de mínima X.

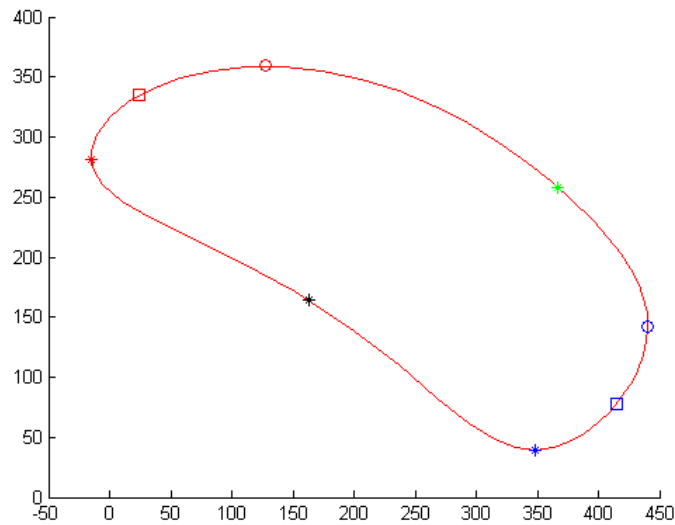


Figura 5.10: *Puntos significativos de la trayectoria*

Los puntos medio inferior y medio superior están marcados como asteriscos negro y verde respectivamente.

La función *NivParab3.m*, utilizando algunos de estos puntos, mide la separación entre una parte de la trayectoria del mecanismo y una interpolación con una parábola de los puntos significativos de la trayectoria. Hallando esta diferencia se estima el grado de similitud de la trayectoria con una parábola o función suave de grado 3. La comparación con las parábolas se realiza en dos lugares diferentes, en la parte inferior de la trayectoria, comprendida entre los puntos de mínima X y el de máxima X, y por otro lado la parte superior de la trayectoria comprendida entre los mismos puntos. Estas dos ramas se comparan con las interpolaciones correspondientes, hallando la diferencia de cotas y siendo el parámetro de salida de la función *NivParab3.m* la suma de ambas diferencias. Este parámetro sirve para comprobar que la parte de la trayectoria correspondiente a la máxima extensión y sus alrededores tienen formas redondeadas, con cierta similitud con las funciones de interpolación, y sin cambios bruscos de dirección. Además favorece que las trayectorias sean alargadas en dirección vertical, de esta forma se consigue que el punto de extensión no tenga un movimiento amplio en dirección horizontal, sino que la entrada y salida del punto

de *pick and place* sea más vertical.

El valor que proporciona la función *NivParab3* será mayor cuando las trayectorias obtenidas se alejen de las formas redondeadas y aparezcan cambios bruscos de dirección. Este parámetro se incluirá en la componente $f_4(x)$ relacionando el nivel de parabolismo del mecanismo inicial con el de cada iteración, siendo $f_4(x)$ óptima cuando ambos sean iguales. La formulación de $f_4(x)$ es la que se muestra a continuación:

$$f_4(x) = \left| 1 - \frac{N_j}{N_0} \right| \quad (5.62)$$

donde, N_0 es el nivel de parabolismo antes de ser optimizado y N_j es el obtenido en cada iteración.

El nivel de parabolismo será adecuado cuando tenga valores entre 0 y 10. Si estos valores se disparan por encima de 100, será indicativo de que la trayectoria no posee las características demandadas.

5. **Altura del punto extendido:** La última componente de la función $F(x)$ tiene como objetivo acercar el punto extendido de la trayectoria del mecanismo al punto más bajo posible del mecanismo. El punto más bajo se obtiene cuando la barra \bar{AC} está en posición vertical y con el punto C por debajo de la barra \bar{AB} . Para conseguir esto, el programa de optimización calculará $f_5(x)$ de la siguiente forma:

$$f_5(x) = Y_{ext} + \bar{AC} \quad (5.63)$$

5.2.2. Implementación en MATLAB®

La optimización multiobjetivo se realiza por medio de una función de la Toolbox de Optimización de MATLAB llamada *fminimax.m*. La forma de funcionar de *fminimax* es muy sencilla. Partiendo de una solución inicial, *fminimax* calcula los gradientes de las funciones objetivo en todas direcciones del hiperespacio de las variables de decisión. Si

se halla un gradiente mayor que la tolerancia ajustada, calcula una nueva posición en la dirección adecuada del hiperespacio. De esta forma se alcanzará el punto óptimo de forma iterativa. El programa se detendrá por varias razones, principalmente, porque la función converja a una solución, porque no se encuentren gradientes de las funciones objetivo mayores que la tolerancia impuesta, porque la magnitud de la dirección de búsqueda sea menor que la tolerancia especificada, porque se alcance el número máximo de iteraciones impuesto o porque no se encuentren puntos factibles. Cualquiera de los dos primeros casos sería una solución aceptable.

Como se comentó anteriormente las funciones objetivo son tratadas como un único vector. Análogamente, las dimensiones de los eslabones y su espesor son tratados por el programa como un vector x de longitud 9, donde los 8 primeros datos son las longitudes de los eslabones del mecanismo y el último es el espesor. Todos estos datos están dados en mm. El programa de optimización multiobjetivo está dividido en dos scripts y varias funciones externas que se pueden llamar entre si y desde los scripts. El programa se inicia al ejecutar *script2.m*. Este script posee la información del vector x_0 (dimensiones de la solución inicial) y de los valores máximos y mínimos de cada componente del vector x , se encarga de ejecutar la función *fminimax* y muestra gráficas e información de salida. Este script contiene además las condiciones de contorno del problema.

Los valores de la función $F(x)$ se calculan en un segundo script denominado con el nombre *fs.m*. Además de esto, también calcula los valores de las funciones objetivo de las dimensiones iniciales, para poder comparar, una vez finalizada la ejecución del programa, la mejora producida. Este script también almacena los valores de la función objetivo en cada iteración, de forma que, proporciona la información necesaria a *script2* para que pueda ser representada la evolución de los valores de cada componente de la función objetivo en cada iteración.

El problema de optimización debe poseer una serie de restricciones para que esté correctamente planteado. En este caso la limitación principal es que los resultados hallados por el programa deben corresponder con un mecanismo que pueda ser construido en la realidad. Debido a que los cálculos de las componentes de las funciones objetivo se basan

en la trayectoria del mecanismo y la ubicación de los puntos característicos. Por este motivo, un vector x fuera del espacio factible de X , impediría que fuese calculada la función objetivo y podría bloquear el programa.

Para evitar que esto suceda debemos indicar al programa cuando un vector x no es factible. La forma más obvia sería ver todos los valores que harían que las ecuaciones analíticas de la posición, halladas anteriormente, tuvieran valores infinitos, discontinuidades en las funciones arcotangente y arcoseno, o cualquier otra singularidad matemática. Este procedimiento es largo, matemáticamente complejo y difícil de implementar. En la realización de este programa se ha optado por una solución mucho más sencilla, que consiste en utilizar un bit indicador de valores complejos en las variables de posición (X_G , Y_G y ángulos auxiliares).

Además de las restricciones de factibilidad existen otras como por ejemplo la carga máxima que puede soportar el mecanismo fijando un límite de deformación. Estas restricciones se han añadido de forma que no se obtengan como resultado mecanismos que tengan características mecánicas inferiores. En este caso se ha añadido una restricción de este tipo, realizando un cálculo aproximado de la carga que soporta el mecanismo en las dos posiciones extremas con las siguientes hipótesis:

1. La barra $\bar{F}G$ está empotrada en F con un ángulo β entre la horizontal y dicha barra.
2. La carga F se aplica en el punto de actuación, punto G, y tiene dirección vertical hacia abajo.
3. Se desprecia la deformación por axil de la barra $\bar{F}G$.
4. La fuerza F máxima adminisble en cada una de las posiciones del mecanismo es la que produzca en las condiciones establecidas por las anteriores hipótesis, una deformación en la barra $\bar{F}G$ de $\delta = \frac{\bar{F}G}{500}$ en mm.

$$F_x = F \cdot \cos(\beta)$$

$$F_y = F \cdot \sin(\beta)$$

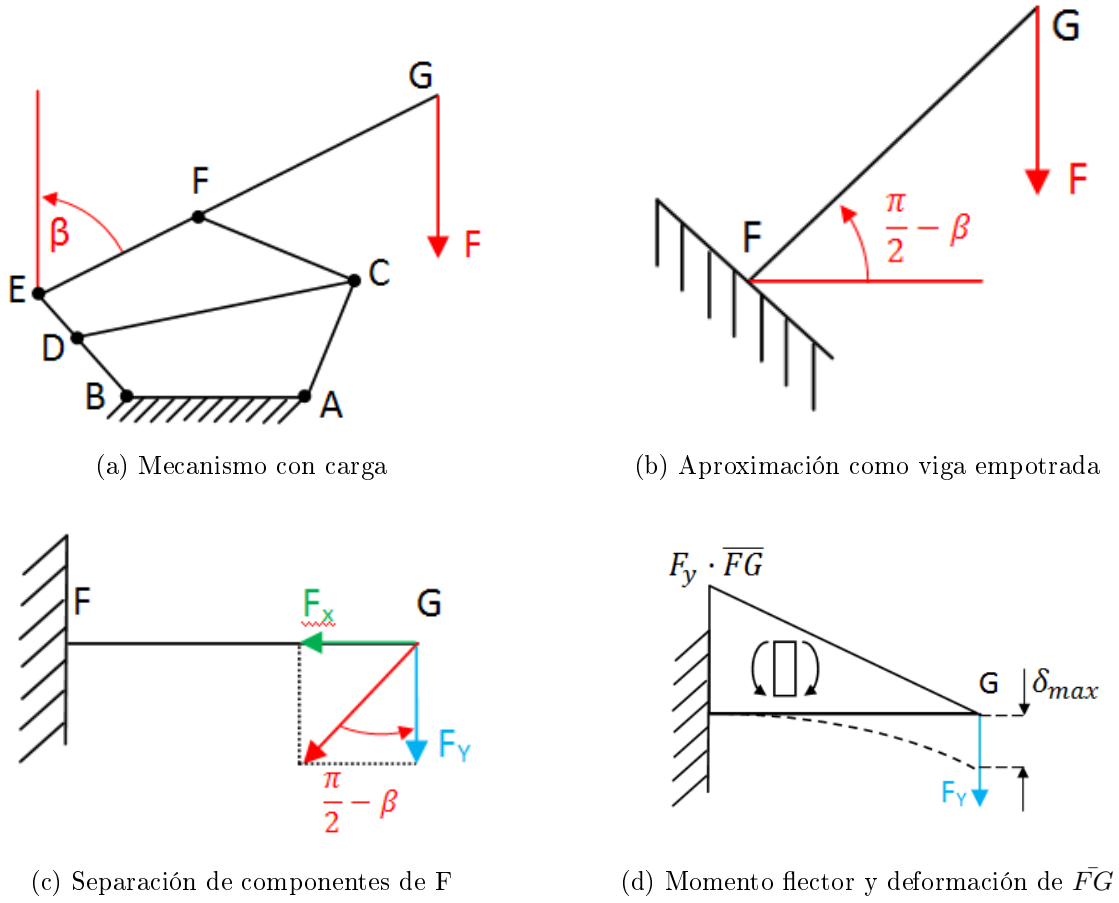


Figura 5.11: *Estimación de la carga soportada*

$$\delta = \frac{F_y \cdot \bar{FG}^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{FG}}{E \cdot I} \quad (5.64)$$

$$= \frac{F_y \cdot \bar{FG}^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad (5.65)$$

$$\begin{aligned} F_{max} &= \frac{F_y}{\sin(\beta)} \\ &= \frac{\delta_{max} \cdot E \cdot I}{\bar{FG}^3 \cdot \sin(\beta)} \end{aligned} \quad (5.66)$$

El cálculo de las fuerzas máximas se explica en los cálculos anteriores, donde E es el módulo de Young del material e I es el momento de inercia de la sección.

Bajo estas premisas, la restricción establecida en el programa es que la fuerza soportada, tanto en la posición retraída del mecanismo como en la posición extendida, sea superior a 25 N. Esto es debido a que las hipótesis establecidas para este cálculo son muy restrictivas y producirán resultados de muy poca precisión. Aunque estas fuerzas parezcan pequeñas debe tenerse en cuenta que un brazo mecánico como el de el presente proyecto, tendría suficiente con soportar una carga de unos 10 N o incluso inferior. Debe tenerse en cuenta que este cálculo es únicamente una aproximación, dado que el cálculo más fiable se obtendrá cuando se realice el análisis dinámico mediante elementos finitos.

Estas restricciones son introducidas en la función de optimización mediante la función *NONLCON3.m*. Además se introduce también información sobre la factibilidad de las dimensiones de los eslabones. Para evitar que el programa devuelva valores que no son factibles, y por lo tanto no corresponden a ningún mecanismo que se pueda fabricar, se han evitado las soluciones que contienen valores complejos. Estas soluciones aparecen debido a las peculiaridades de las ecuaciones cinemáticas del mecanismo, produciendo valores de ángulos auxiliares o coordenadas de puntos con valores complejos.

El programa de *MATLAB*® realizado utiliza además otras funciones auxiliares. A continuación se realizará una breve descripción de las mismas:

- ***trayec.m***: Esta función calcula las coordenadas del punto final del mecanismo así como el valor de los ángulos auxiliares teniendo como entrada los valores de x y el ángulo en el cual se desean calcular. Esta función además proporciona datos de las coordenadas de los demás puntos del mecanismo.
- ***YminYmax3.m***: Esta es la función más importante y compleja del programa. Por un lado esta función calcula la posición de los puntos característicos de la trayectoria. Además calcula el valor de bits que indican si el mecanismo se cruza y si existen valores complejos, lo cual indica que el valor x calculado no es factible. La función *YminYmax3.m* además proporciona los valores de las ramas que se utilizan en las interpolaciones parabólicas de la función *NivParab3.m*.
- ***graphtray.m***: Este archivo permite dibujar la trayectoria del mecanismo con un

valor de x dado.

- ***graphmec.m***: Permite dibujar un mecanismo completo, con sus eslabones y su trayectoria, que se obtiene llamando a la función *graphtray.m*. Esta función requiere que se le indique como datos de entrada el vector x , el ángulo θ (ángulo de posición de la manivela \bar{AC}) deseado, y los datos de dibujo (color, tipo de línea y tipo de punto). Los datos del dibujo se pueden obtener de la ayuda de la función *plot.m*.
- ***graphmec2.m***: Esta función es prácticamente igual que la anterior, la diferencia es que esta permite dibujar dos mecanismos diferentes superpuestos en la misma gráfica, con distintos datos de dibujo. En el programa de optimización se utiliza para mostrar las diferencias de los eslabones y la trayectoria entre mecanismo inicial y el optimizado.

Capítulo 6

RESULTADOS

En este capítulo se expondrán los resultados obtenidos de los trabajos realizados. El presente capítulo se dividirá en dos partes. La primera de ellas se centrará en la aplicación del proceso de optimización del brazo diseñado, mientras que la segunda buscará la validación de los resultados de la optimización mediante la simulación con un modelo de elementos finitos realizado en ANSYS.

6.1. Resultados del proceso de optimización

Antes de comenzar a extraer los resultados de la optimización se considerará necesario comprobar el buen funcionamiento del programa de *MATLAB*[®]. Para ello se ejecutará el programa teniendo en cuenta los criterios de optimización de forma individual. Este procedimiento nos permitirá observar las limitaciones del algoritmo de optimización, así como comprobar que las variaciones de las variables básicas toman la dirección de la mejora de las prestaciones del mecanismo. También se considera necesario ejecutar el programa sin tener en cuenta las restricciones de forma que podamos ver el comportamiento del mismo en este caso.

Antes de comenzar con la presentación de resultados se considera conveniente indicar que el espesor de los eslabones de la configuración inicial es de 7 mm. Además los límites de las longitudes de los eslabones están, para todos ellos, entre 30 mm y 1000 mm, pudiendo variar el espesor de los mismos entre 1 mm y 30 mm. Estas elecciones se han elegido de

forma arbitraria, teniendo únicamente en cuenta que el mecanismo debe ser fabricable y que su alcance debe ser de un orden parecido al de un brazo humano (40 - 60 cm).

6.1.1. Criterio de alcance

En esta sección se presentarán los resultados del programa optimizando únicamente la componente del alcance. Las demás componentes del vector función objetivo serán nulas. Los resultados de este proceso se muestran en la figura 6.1.

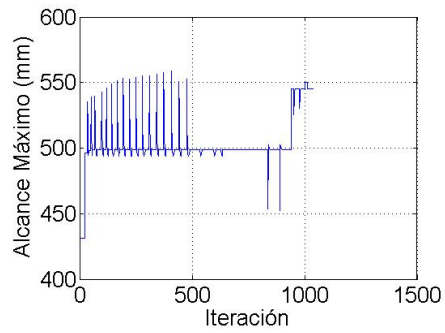
Se puede comprobar a simple vista que la optimización toma la dirección adecuada. La gráfica 6.1a permite ver como el programa aumenta rápidamente el alcance pasando de un alcance inicial de 431.42 mm a un alcance de 545.14 mm en el mecanismo optimizado. Esta figura corrobora el buen funcionamiento de la implementación de este primer criterio. Observando la figura 6.1b se puede observar que el peso ha aumentado. Esto era previsible debido a que un mayor alcance se consigue fácilmente con eslabones de un mayor tamaño, lo cual contribuye al aumento de peso.

Las gráficas de las fuerzas máximas tienen grandes variaciones, por lo que únicamente se muestran las últimas iteraciones, de lo cual se extrae que el mecanismo no ha incumplido las restricciones de las fuerzas mínimas aceptables. Debe comentarse que el parámetro de fuerza máxima en posición retraída es engañoso. Esto es debido a que las hipótesis realizadas para su cálculo, al despreciar la deformación por axil y depender fuertemente del ángulo de posición de la barra \overline{EG} , es posible que esta barra tenga una dirección en la cual el cortante producido por la carga es prácticamente nulo. Este fenómeno no suele ocurrir en la posición extendida, donde este parámetro es mucho más fiable.

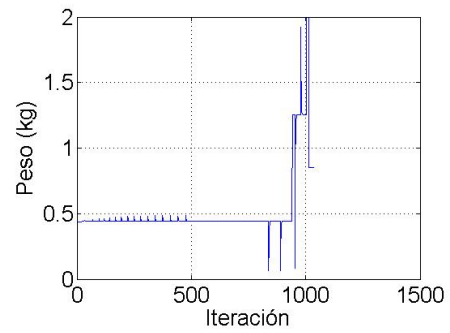
Estos resultados se pueden comprobar visualmente mediante la figura 6.1e. En esta última figura aparece el mecanismo inicial en color negro y su trayectoria en rojo, mientras que el mecanismo optimizado tiene color azul y su trayectoria verde.

6.1.2. Criterio de peso

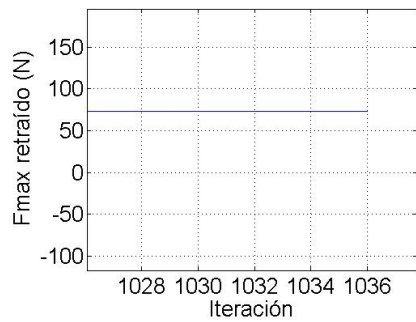
La figura 6.2 muestra los resultados de la optimización teniendo en cuenta únicamente el criterio de minimizar el peso. La optimización ha conseguido en este caso disminuir el



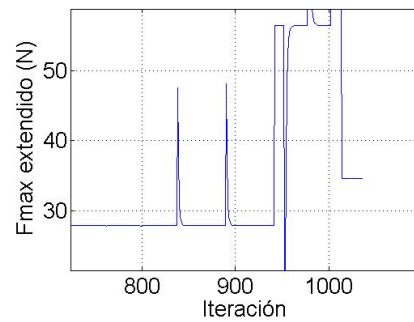
(a) Alcance máximo (mm)



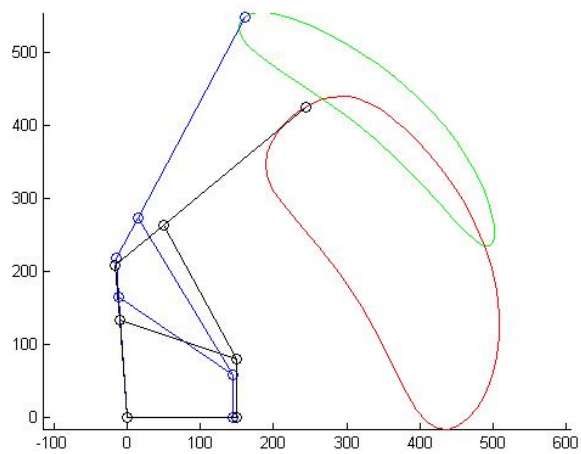
(b) Peso (kg)



(c) Fmáx Retraído (N)



(d) Fmáx Extendido (N)



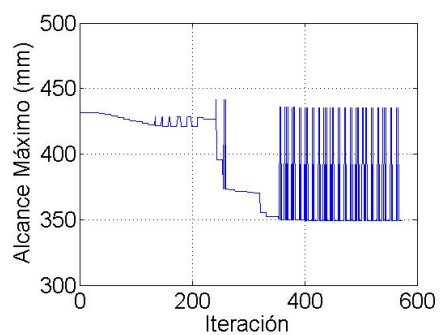
(e) Original vs Modificado

Figura 6.1: Optimización de alcance máximo

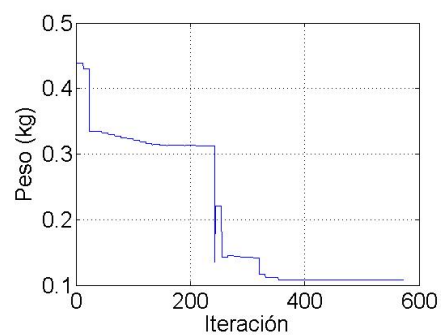
peso desde 0.44 kg hasta 0.11 kg. El programa ha conseguido esta mejora principalmente disminuyendo el espesor de los eslabones que poseen finalmente un espesor de 1.88 mm. La figura 6.2b permite comprobar que se ha realizado una mejora progresiva del peso hasta el punto en que la mejora se ve limitada por las restricciones de fuerzas mínimas aceptables, que alcanzan el valor límite establecido de 25 N.

Es reseñable comentar que las figuras 6.2a, 6.2c y 6.2d presentan variaciones bruscas de sus valores a lo largo de las iteraciones. Esto es debido al funcionamiento de la función *fminimax.m* de *MATLAB*®. La función *fminimax.m* basa su funcionamiento en los gradientes de los valores de las funciones objetivo en diferentes direcciones. Una vez calculada la dirección de mayor gradiente comprueba el cumplimiento de las restricciones, en caso de cumplirlas el programa vuelve a calcular desde la nueva posición, y en caso de que el nuevo punto no sea factible se vuelve a la anterior iteración y se repite el proceso. Debido a que este comportamiento es representado en las gráficas se puede comprobar como las limitaciones de factibilidad, ya sean por las fuerzas mínimas o por la facilidad de fabricación del mecanismo, hacen que el programa se comporte de una forma un tanto errática en torno a los valores conflictivos. Este comportamiento no es preocupante debido a que la optimización del peso ha llegado a un límite que no es fácilmente mejorable, por lo que se puede considerar que el programa ha realizado correctamente su tarea. Debe tenerse en cuenta también que las tolerancias configuradas en el programa pueden variar este comportamiento en caso de no ser las apropiadas.

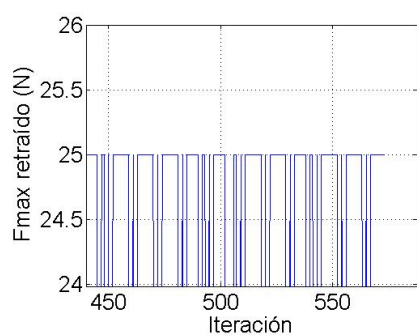
La figura 6.2e muestra el mecanismo optimizado frente al mecanismo inicial. Las líneas rectas que aparecen en la trayectoria optimizada son debidas a la falta de resolución de la función *graphtray.m* y podría ser solucionado de una forma muy sencilla. Sin embargo esta mejora supondría un mayor tiempo de proceso, y dado que la misión de esta gráfica es únicamente mostrar los resultados de forma visual, no se ha considerado necesario realizar esta modificación.



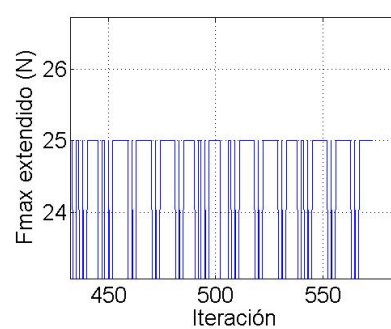
(a) Alcance máximo (mm)



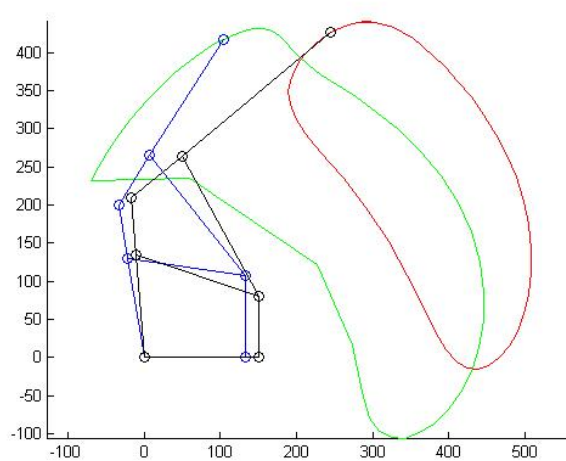
(b) Peso (kg)



(c) Fmáx Retraído (N)



(d) Fmáx Extendido (N)



(e) Original vs Modificado

Figura 6.2: Optimización de peso

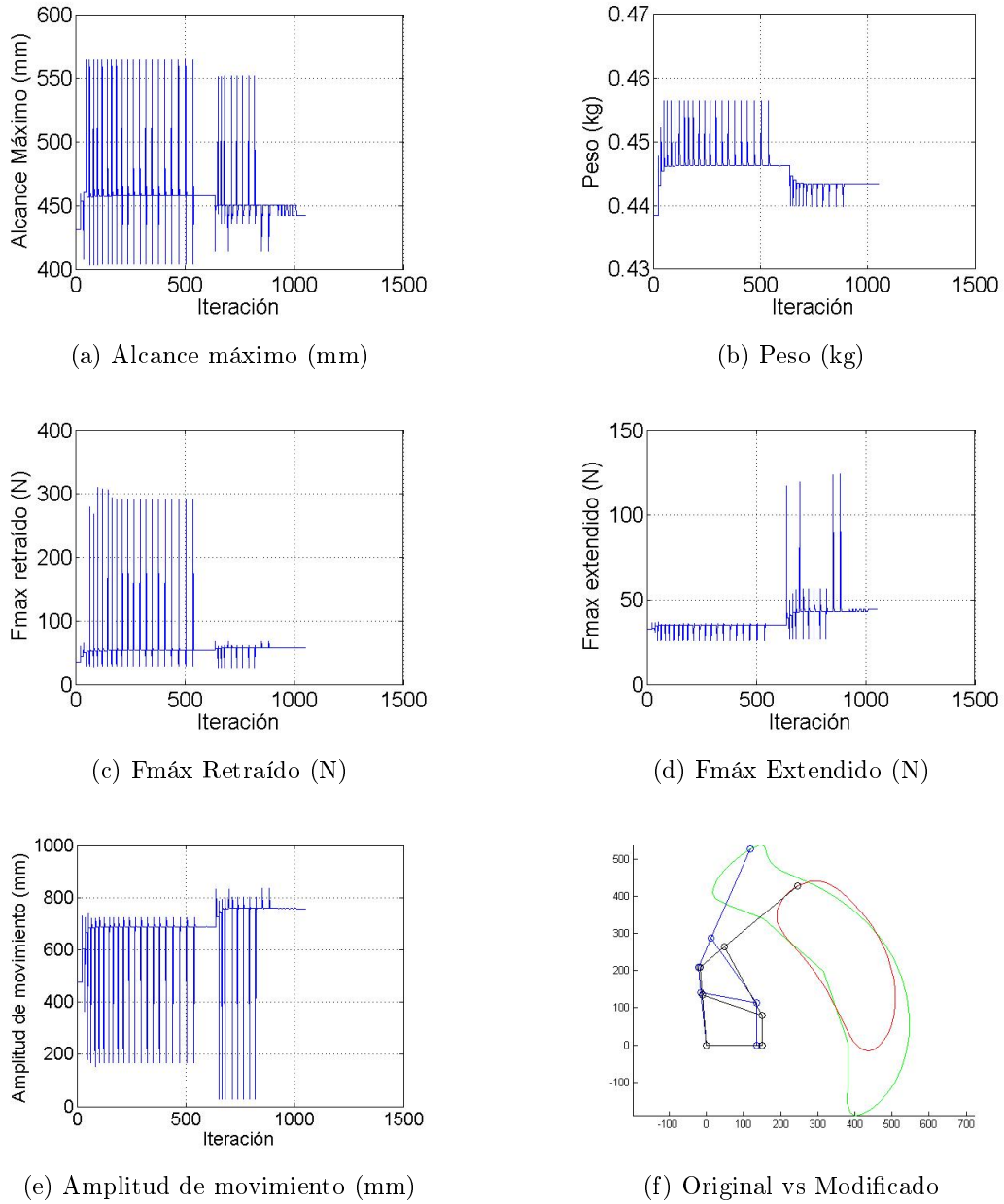
6.1.3. Criterio de amplitud máxima

El criterio de amplitud máxima, tenido en cuenta en exclusiva, produce los resultados mostrados en la figura 6.3. Las gráficas mostradas en este caso presentan a simple comportamientos erráticos similares a los comentados en el apartado anterior. Sin embargo si observamos de forma más detallada la figura 6.3e podemos ver como la amplitud máxima aumenta progresivamente desde el comienzo del proceso. Este aumento se ve interrumpido varias veces por saltos verticales. Esto es debido a que las direcciones que maximizan los gradientes de amplitud máxima en dirección de la mejora incumplen las restricciones. Debido a que los valores de las fuerzas mínimas admisibles se mantienen en valores aceptables durante todo el proceso, se deduce que se incumplen las restricciones de facilidad de fabricación. Sin embargo la optimización ha tenido éxito. El programa ha logrado pasar de una amplitud máxima inicial de 475.42 mm a 757.93 mm lo cual supone una mejora del 59,42 %.

Para comprender este comportamiento debemos decir que las restricciones internas del mecanismo para su factibilidad son numerosas y complejas, aunque a priori el mecanismo pueda parecer sencillo. La variación de una de las variables de decisión en una cantidad pequeña hace que un mecanismo que antes era factible ahora no lo sea. Estas restricciones no están representadas en ninguna forma en el programa de *MATLAB*®, por lo que éste no puede saber si las direcciones en las que ha calculado los gradientes de las funciones objetivo producirán resultados factibles o no hasta que realice una evaluación.

En los casos en que se produce este comportamiento del programa debe decidirse individualmente si el funcionamiento del mismo es el correcto. La figura 6.3e muestra una mejora progresiva de la amplitud máxima, por lo que se considera que la función se comporta de forma adecuada. Los saltos de las demás gráficas son producidos por la misma razón, por lo que se deberá obviarlos y ver las variaciones subyacentes.

De la observación de la figura 6.3a se extrae que el mecanismo ve ligeramente aumentado su alcance máximo a la vez que la figura 6.3b muestra un claro aumento del peso. Esto se debe a que el aumento del alcance y el de la amplitud máxima poseen direcciones similares y son favorecidos por el aumento de las longitudes de los eslabones, dirección

Figura 6.3: *Optimización de amplitud máxima*

opuesta a la del peso mínimo. Más significativa aún es la gráfica 6.3f en la que se puede ver como el mecanismo está llegando claramente a los límites de la amplitud máxima del mismo, lo cual corrobora la explicación de los saltos verticales.

6.1.4. Criterio de altura en posición extendida

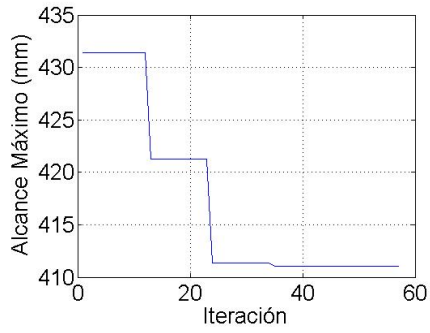
De la misma forma que en los casos anteriores, ahora se ejecutará el programa optimizando únicamente la quinta componente del vector función objetivo. Los resultados de este proceso se muestran en la figura 6.4.

A la vista de estos resultados se puede ver que el programa es capaz de optimizar de forma muy eficiente si únicamente se tiene en cuenta el factor de altura del punto G en posición extendida. En solo 57 iteraciones el programa consigue llegar a bajar el punto de 64.83 mm con las dimensiones iniciales a $1,0810^{-9}$ mm. Sin embargo los demás factores han empeorado de forma generalizada, lo cual es lógico ya que no están siendo tenidos en cuenta en la optimización, con la excepción de la amplitud de movimiento que aumenta ligeramente.

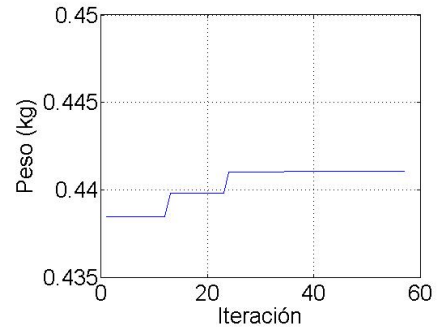
6.1.5. Optimización sin restricciones adicionales

En este apartado se realizará una nueva ejecución del programa de optimización, esta vez sin tener en cuenta las restricciones de fuerzas mínimas aceptables. No se realizará ninguna prueba sin las restricciones de factibilidad del mecanismo, ya que sin lugar a dudas, se obtendrían valores complejos que impedirían el buen funcionamiento del programa. Sin embargo, si se puede observar el comportamiento del programa si eliminamos las restricciones de fuerzas mínimas aceptables únicamente y optimizando respecto a todos los criterios. Los resultados que se muestran en la figura 6.5, tienen en cuenta todas las componentes de la función objetivo $F(x)$, aunque no se tiene en cuenta la carga que puede soportar el mecanismo como restricción del proceso de optimización.

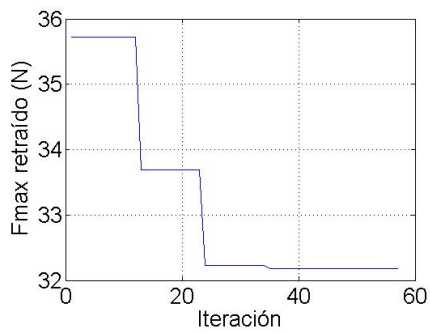
La figura 6.5 es la primera en la que se puede observar el funcionamiento del programa con todos los criterios en cuenta a la vez. Se puede observar como todos ellos varían en las direcciones adecuadas, es decir, el alcance y la amplitud del movimiento crecen, el peso disminuye, la altura del punto G en posición extendida se aproxima a cero y el nivel de parabolismo conserva valores pequeños. Debe comentarse también que los valores de las fuerzas mínimas aceptables han caído en gran medida, debido principalmente a la reducción del espesor de los eslabones a la vez que se aumenta el alcance.



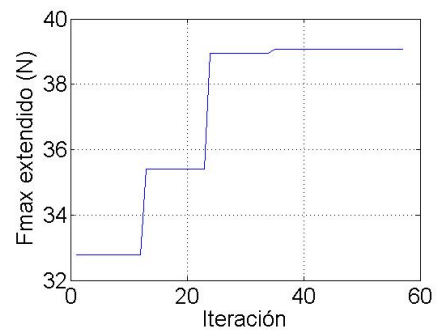
(a) Alcance máximo (mm)



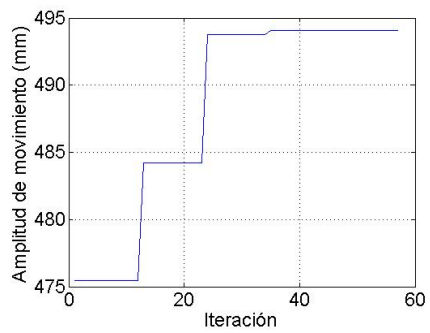
(b) Peso (kg)



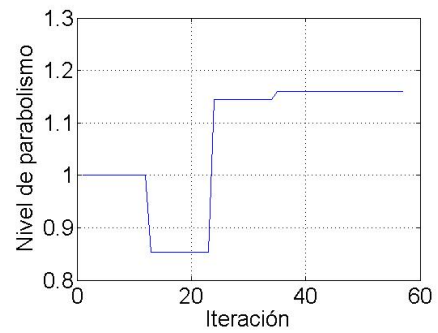
(c) Fmáx Retraído (N)



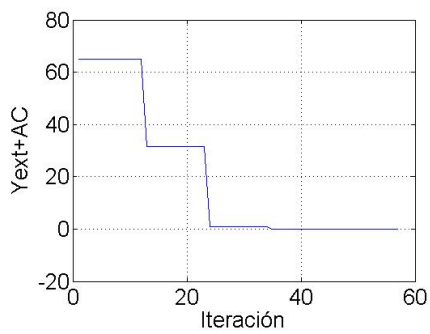
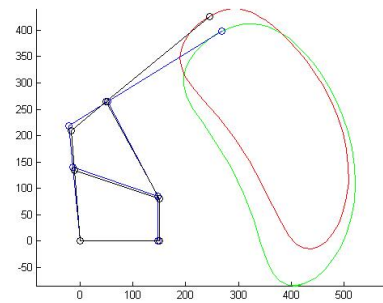
(d) Fmáx Extendido (N)



(e) Amplitud de movimiento (mm)

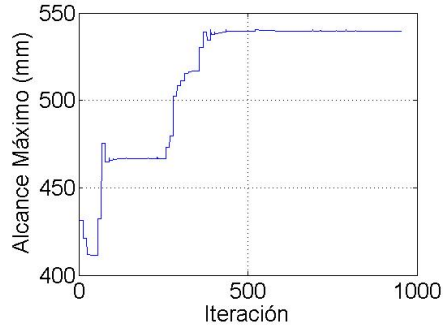


(f) Nivel de parabolismo

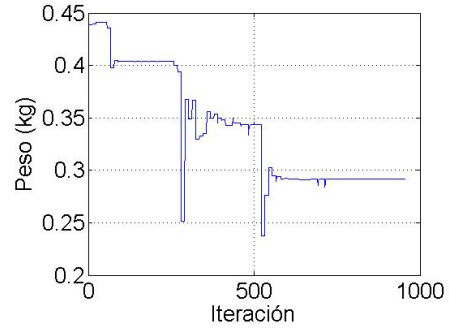
(g) $Y_{ext} + \bar{AC}$ (mm)

(h) Original vs Modificado

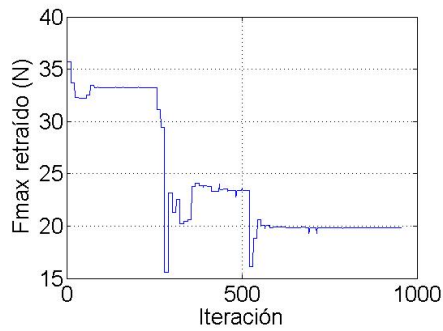
Figura 6.4: Optimización de altura del mecanismo extendido



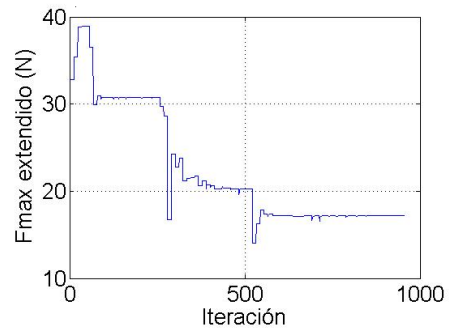
(a) Alcance máximo (mm)



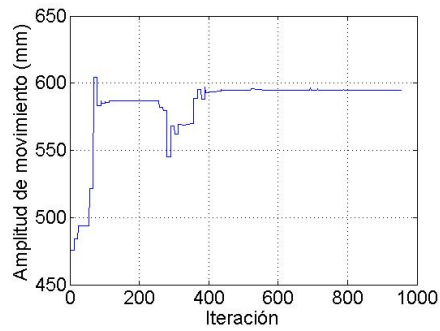
(b) Peso (kg)



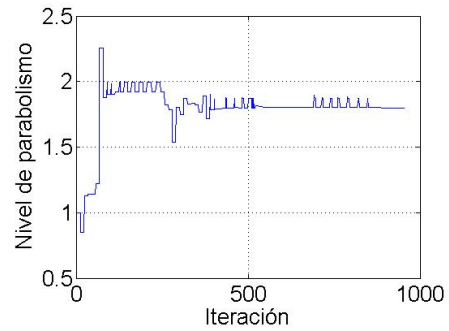
(c) Fmáx Retraído (N)



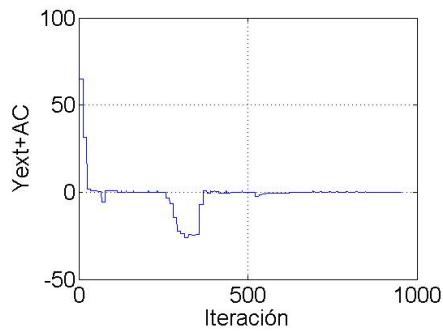
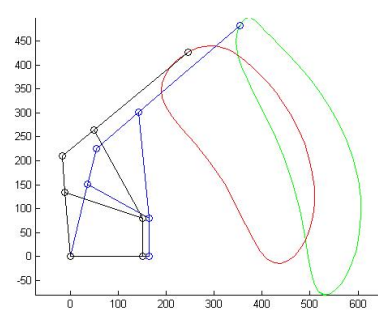
(d) Fmáx Extendido (N)



(e) Amplitud de movimiento (mm)



(f) Nivel de parabolismo

(g) $Y_{ext} + \bar{AC}$ (mm)

(h) Original vs Modificado

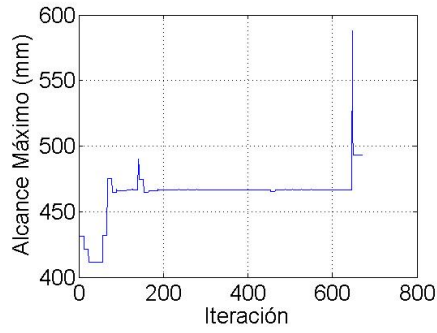
Figura 6.5: Optimización sin restricciones adicionales

Todas estas gráficas permiten ver como el programa claramente funciona sin restricciones adicionales. Además no se observan comportamientos erráticos como los comentados anteriormente, lo cual indica que la solución ha sido hallada de una forma relativamente sencilla para el programa. Esto es debido a que al no tener restricciones adicionales, el peso puede disminuirse de forma sencilla, simplemente disminuyendo el espesor de los eslabones. Las restricciones adicionales son las que limitan esta variación. Como dato diremos que el espesor de los eslabones ha disminuido de 7 mm a 4.36 mm. El programa no lo ha disminuido más debido a que, al optimizar varios factores simultáneamente, el gradiente global en la dirección de la reducción del espesor no posee un valor mayor que la tolerancia ajustada. Si se quisiera optimizar más exhaustivamente aún, se volvería a ejecutar el programa introduciendo las variables de decisión obtenidas como valores iniciales de una nueva iteración. De esta forma el programa disminuiría el peso hasta un valor más próximo al mínimo impuesto. Esto no se realizará en este punto, pues el objetivo del mismo es únicamente comprobar el efecto de las restricciones adicionales en el comportamiento del programa, aunque sí se realizará para la obtención de la solución final.

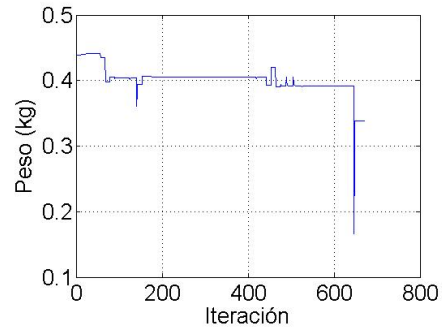
6.1.6. Resultados de la optimización completa

Después de haber comprobado el buen funcionamiento de las funciones por separado se procederá a realizar la optimización con todas las componentes de la función objetivo y con las restricciones adicionales de fuerza mínima aceptable. Como se puede comprobar en las figuras 6.6 y 6.7, se consiguen mejores resultados realizando una segunda ejecución del programa introduciendo en esta segunda el vector de variables de decisión obtenido de la primera ejecución. Además se repitió este proceso de nuevo para comprobar si el programa podía mejorar aún más la solución sin obtener ningún éxito. La tercera ejecución del programa mostraba un comportamiento errático y no lograba mejorar la solución, por lo que no se mostrarán sus resultados. Por lo tanto en este apartado se comentarán los resultados de las dos primeras ejecuciones.

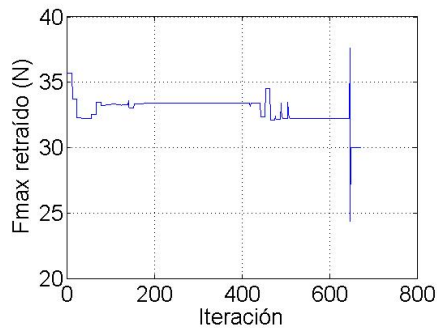
Los resultados producidos por la primera ejecución del programa se muestran en la figura 6.6. La gráfica 6.6a muestra la evolución del alcance máximo frente a las iteraciones



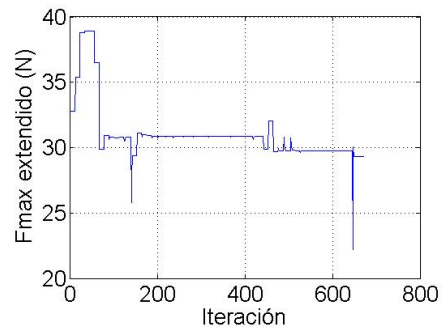
(a) Alcance máximo (mm)



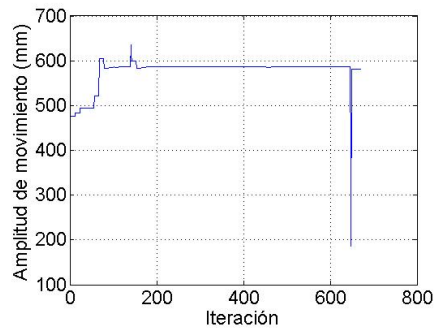
(b) Peso (kg)



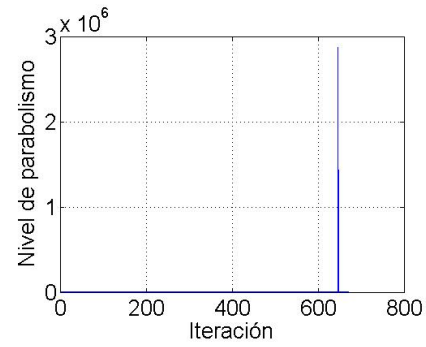
(c) Fmáx Retraído (N)



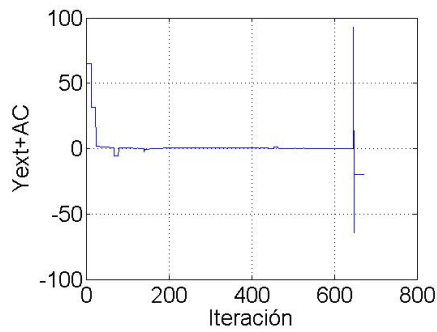
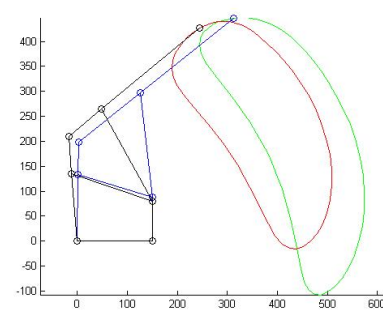
(d) Fmáx Extendido (N)



(e) Amplitud de movimiento (mm)



(f) Nivel de parabolismo

(g) $Y_{ext} + \bar{AC}$ (mm)

(h) Original vs Modificado

Figura 6.6: Optimización completa: Primera ejecución

internas realizadas. Se puede observar claramente como inicialmente decrece para luego crecer y mantenerse en valores alrededor de 460 mm hasta las aproximadamente 625 iteraciones, donde se produce un salto y después se sitúa en su valor final de 492.92 mm. Debido a que el valor del alcance máximo inicial era 431.42 mm la mejora producida es de un 14.25 %. Esto es claramente una gran mejora debido a que además se cumplen las restricciones impuestas y se mejoran los valores de las demás componentes de la función objetivo.

La explicación de la evolución de los valores del alcance máximo es sencilla a la vista de las demás gráficas. La caída inicial del alcance máximo se corresponde con un decrecimiento del peso, un aumento de la amplitud máxima y un decrecimiento de la altura del punto G en la posición extendida. La mejora de estos valores produce que, inicialmente, disminuya el alcance máximo. Cuando el valor de la componente de alcance máximo es menor que las demás, la función *fminimax.m* comenzará a optimizar esta componente. Este comportamiento se debe al funcionamiento interno de la función *fminimax.m*, que realiza de forma iterativa optimizaciones de un solo criterio eligiendo en cada caso el que posee peor valor.

Por otro lado el salto que se produce al final está probablemente producido por violar una de las restricciones impuestas al problema. Debido a que dicho salto coincide con valores de las fuerzas mínimas aceptables por debajo de los valores límite impuestos y con un pico de la gráfica 6.6f del nivel de parabolismo. Es de suponer que uno de estos dos criterios, o un valor no factible de las dimensiones de los eslabones, ha producido el salto en todas las gráficas. Ya que este salto es momentáneo y después del mismo se recupera el comportamiento normal del programa, la anomalía no tiene mayor importancia.

Las demás gráficas evolucionan en el sentido de la mejora de las funciones objetivo con la excepción del salto ya comentado. El nivel de parabolismo también conserva valores controlados en toda la evolución del programa.

La forma del mecanismo optimizado y su trayectoria se pueden observar en la figura 6.6h. Se puede ver como el programa ha variado sensiblemente las longitudes de los eslabones aumentando principalmente la barra \bar{EG} y disminuyendo \bar{CD} . Además se ha

reducido el espesor que ha pasado de los 7 mm iniciales a 5.21 mm. Dado que las fuerzas que el mecanismo puede soportar aún son mayores que las mínimas impuestas se espera que la segunda ejecución del programa disminuya aún más el espesor de los eslabones.

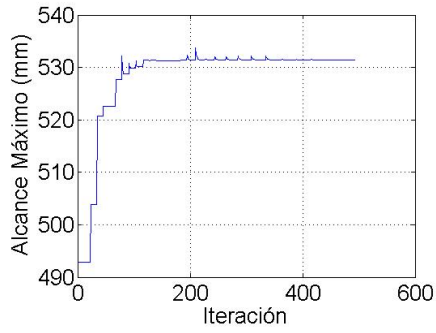
La segunda ejecución del programa, tomando ahora como valores iniciales los resultados obtenidos en la primera ejecución, logra mejorar las prestaciones del mecanismo. Como se postuló anteriormente ahora el mecanismo ve reducido el espesor de sus eslabones hasta llegar al límite impuesto por las restricciones adicionales. Los resultados de este proceso se pueden ver en la figura 6.7 pero además en la tabla 6.1 se puede ver una comparación de la evolución de los valores de la función objetivo durante el proceso de optimización completo.

	Inicial	Paso 1	Var 1	Paso 2	Var 2	Var 3
Alcance (mm)	431,42	492,92	14,25	531,48	7,82	23,19
Peso (kg)	0,44	0,34	-22,82	0,31	-7,24	-28,41
Amplitud (mm)	475,42	580,80	22,16	679,10	16,92	42,84
Parabolismo	1	1,87	86,59	1,91	2,60	91,45
$Y_{ext} + \bar{AC}$ (mm)	64,83	-19,52	-130,11	-59,99	207,25	-192,53
F_{mx} Ret (N)	35,72	30,03	-15,93	28,91	-3,70	-19,04
F_{mx} Ext (N)	32,77	29,32	-10,52	25	-14,74	-23,71

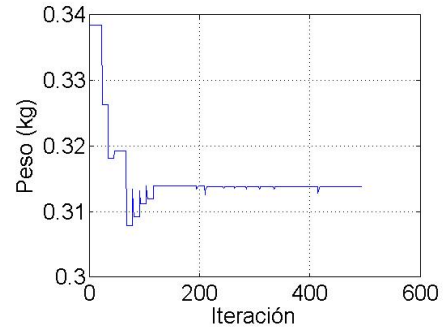
Tabla 6.1: Valores de las funciones objetivo

En la tabla 6.1 el valor Var 1 representa la variación porcentual de cada componente de la función objetivo después de la primera optimización con respecto a su valor inicial. Var 2 es la variación entre el valor después de la segunda optimización con respecto a la primera y el valor Var 3 representa la variación porcentual entre la segunda optimización y el valor inicial.

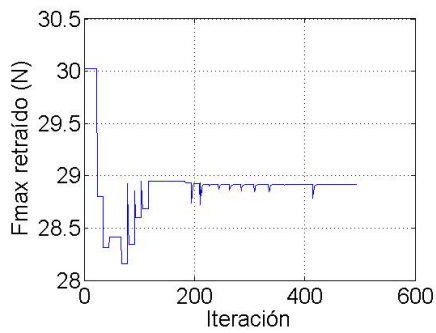
A la vista de los resultados obtenidos tras el proceso completo de optimización se deduce que el programa ha llevado a cabo su función correctamente. La segunda iteración realiza una mejora sustancial de las prestaciones del mecanismo tras la primera optimiza-



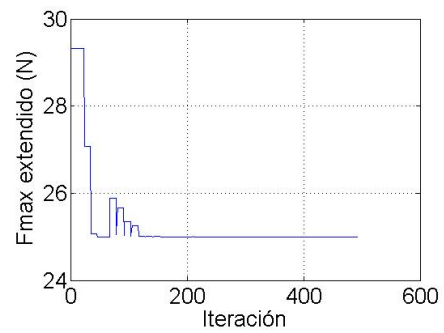
(a) Alcance máximo (mm)



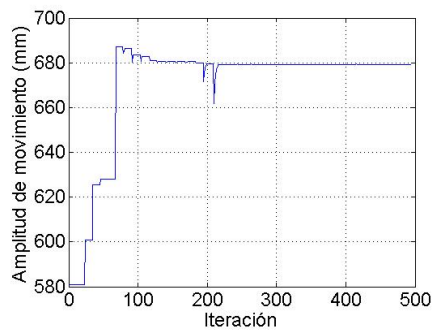
(b) Peso (kg)



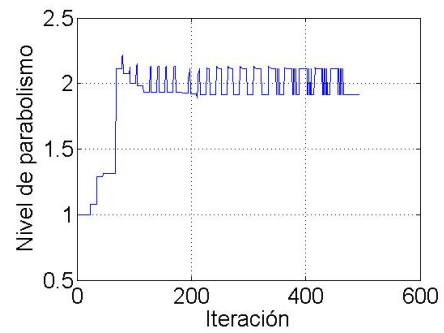
(c) Fmáx Retraído (N)



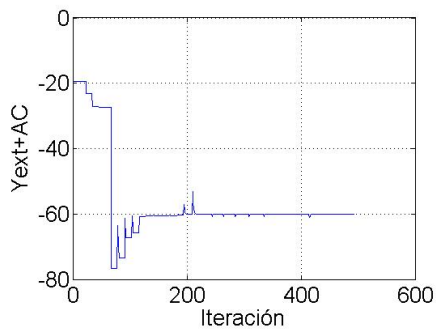
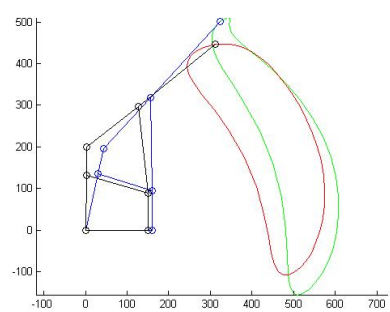
(d) Fmáx Extendido (N)



(e) Amplitud de movimiento (mm)



(f) Nivel de parabolismo

(g) $Y_{ext} + \bar{AC}$ (mm)

(h) Original vs Modificado

Figura 6.7: Optimización completa: Segunda ejecución

ción y los resultados globales son aún más ilustrativos. Todas las funciones objetivo han obtenido valores mejores tras el proceso y además se ha llegado al límite impuesto por las restricciones de fuerzas mínimas aceptables.

En un principio podría pensarse que el proceso llevado a cabo por el programa podría realizarse de forma manual por *prueba y error*. Aunque a priori pueda parecer un sistema sencillo, existen grandes restricciones a las longitudes de los eslabones que dificultarían el proceso sin ayuda de un programa informático. Muy a menudo grandes variaciones en las funciones objetivo son conseguidas con pequeñas variaciones de las longitudes de los eslabones y sería complicado poder, simplemente mediante inspección visual del mecanismo y operaciones matemáticas sencillas, conocer las relaciones existentes entre los valores de las funciones objetivo y los de las variables de decisión. Para ilustrar estas conclusiones se mostrarán a continuación los valores de las variables de decisión en la solución inicial y después de las dos fases de la optimización. Además se incluyen las variaciones porcentuales de estos valores en la tabla 6.2.

Variables	Inicial(mm)	Paso 1(mm)	Var 1	Paso 2 (mm)	Var 2	Var 3
\bar{AB}	150	151.20	0.80	160.55	6.18	7.03
\bar{AC}	80	88.45	10.57	94.73	7.10	18.42
\bar{BD}	135	132.83	-1.61	139.62	5.11	3.42
\bar{CD}	170	155.72	-8.40	137.30	-11.83	-19.24
\bar{CF}	210	210.67	0.32	224.04	6.35	6.69
\bar{DE}	75	66.16	-11.79	61.90	-6.43	-17.46
\bar{EF}	86	158.23	83.99	165.94	4.87	92.95
\bar{FG}	254	238.14	-6.24	247.89	4.10	-2.40
Espesor	7	5.22	-25.48	4.72	-9.56	-32.60

Tabla 6.2: Valores de las variables de decisión

En la tabla 6.2 el valor Var 1 representa la variación porcentual de cada variable después de la primera optimización con respecto a su valor inicial. Var 2 es la variación

entre el valor después de la segunda optimización con respecto a la primera y el valor Var 3 representa la variación porcentual entre la segunda optimización y el valor inicial.

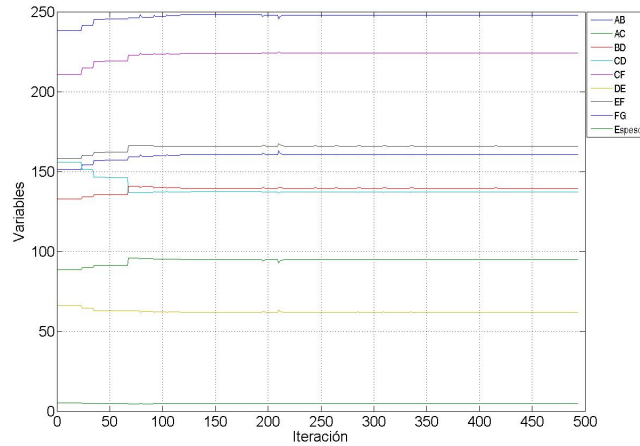


Figura 6.8: *Evolución de los valores de las variables de diseño (mm)*

De la tabla 6.2 se puede extraer que las variaciones de los eslabones en la segunda optimización tienen el mismo sentido que las variaciones de la segunda ejecución, con la excepción de las barras \bar{BD} y \bar{FG} . Estas variaciones se pueden observar mejor en la gráfica 6.8, que presenta la evolución de los valores de las variables de decisión a lo largo de la optimización. Esto indica que en general la mejora que produce la segunda ejecución del programa es debida a los valores de los gradientes de la función objetivo. En la primera optimización del programa se ha detenido porque el gradiente en todas direcciones es menor que la tolerancia ajustada. Sin embargo en la segunda ejecución el programa consigue optimizar aún más el mecanismo. Esto es debido a que las componentes de la función objetivo relacionan el valor optimizado con el valor inicial, y en la segunda ejecución el valor inicial ha variado, y por lo tanto también lo hace el valor inicial de la función objetivo, permitiendo que los gradientes sean mayores que la tolerancia impuesta, permitiendo así que el programa optimice un poco más.

Para cerrar el presente apartado se mostrará en la figura 6.9 una imagen del mecanismo optimizado, que puede verse en color azul. En dicha imagen se puede observar también en color negro el mecanismo original.

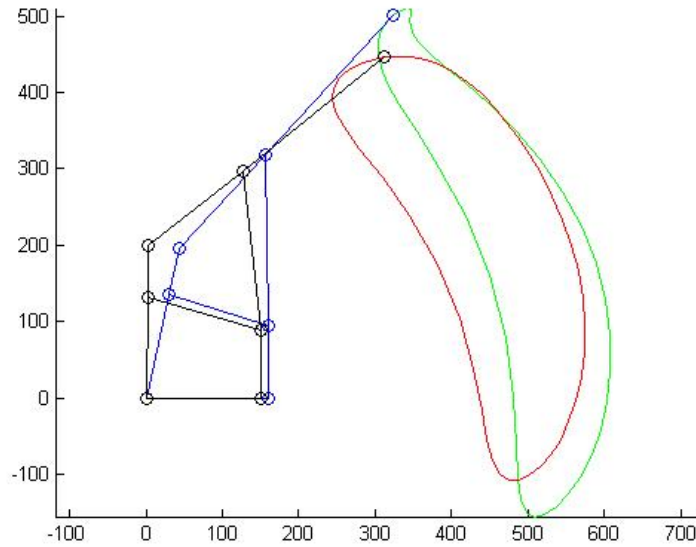


Figura 6.9: *Mecanismo optimizado*

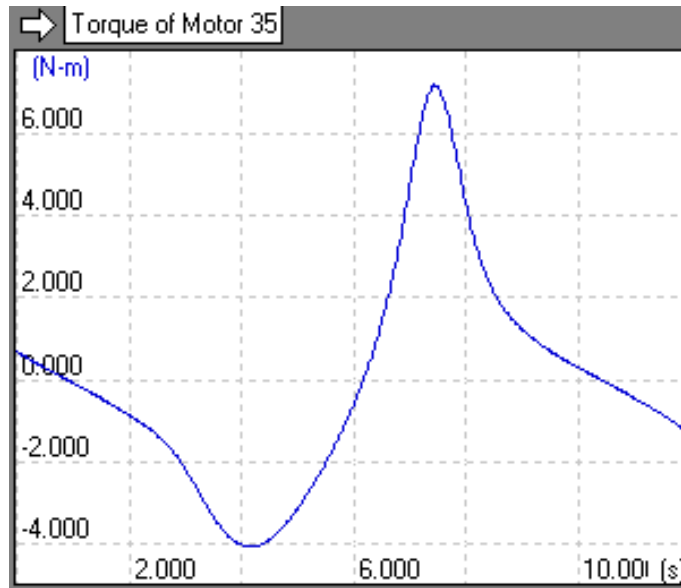
6.2. Selección del motor

Una vez que se ha simulado el mecanismo y se han obtenido las dimensiones óptimas se puede proceder a la selección del motor que originará el movimiento. Para ello debemos conocer varios requisitos fundamentales para realizar una buena elección como son, la velocidad de trabajo, el par necesario y su curva. Estos datos pueden obtenerse mediante la utilización del programa Working Model 2D. En la figura 6.10 se muestra la curva de par necesaria para mover el mecanismo. La velocidad de trabajo se puede modificar mediante un sistema de transmisión adecuado al caso, sin embargo debemos asegurarnos de que el motor elegido pueda alcanzar la potencia máxima que requiere el movimiento del mecanismo.

La potencia que requiere el motor se puede calcular de la siguiente forma:

$$P = N_m \cdot \omega \quad (6.1)$$

donde ω es la velocidad de giro del motor y debe darse en radianes por segundo y N_m es el par necesario en $N \cdot m$.

Figura 6.10: *Curva de par requerido*

De acuerdo a la anterior fórmula, la potencia requerida del motor es:

$$P = N_m \cdot \omega = 7,201 Nm \cdot 0,66 \frac{rad}{s} = 4,75 W \quad (6.2)$$

El sistema de transmisión elegido será del tipo harmonic drive por su contenido tamaño y peso y altas prestaciones. Por otro lado el motor será de corriente continua. Dado que existe una gran variedad de motores de corriente continua y que estos pueden variar su velocidad de trabajo de forma sencilla, variando la tensión de entrada, se elegirá primero la transmisión.

Se elegirá la transmisión de las ofertadas en el catálogo de www.harmonicdrive.net. Como queremos una transmisión reductora, la velocidad de salida será menor que la de entrada en una relación $I = \frac{R+1}{1}$, donde el ratio R es la relación entre dientes de la transmisión. Como la velocidad de salida queremos que sea muy baja, porque necesitamos un alto par, y la velocidad de los motores suele ser elevada, se elegirá un ratio alto. Además debemos elegir una transmisión que permita trabajar con el par requerido durante períodos largos de tiempo. Por estas razones se elige la transmisión CSF con R=100, denominado como CSF-11-100-2XH-J (se puede ver el catálogo en el apéndice A). Esta transmisión

soporta hasta 8.9 Nm continuos. El rendimiento de esta transmisión es, según las gráficas proporcionadas por el fabricante, de un 80 %.

De esta forma se requiere que la velocidad del motor y su par sean:

$$n_m = \frac{0,66 \frac{rad}{s} \cdot 60 \frac{s}{min}}{2 \cdot \pi} \cdot (1 + 100) = 636,3 \text{ rpm} \quad (6.3)$$

$$N_m = \frac{7,201 Nm}{100 + 1} \cdot \frac{1}{0,8} = 89,125 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot m \quad (6.4)$$

El motor elegido ha sido el modelo 285786 RE 35 del fabricante Maxon. Su constante de par es de $38,9 \frac{mNm}{A}$ por lo que funcionará a 2.29 A. Su constante de velocidad es de $246 \frac{rpm}{V}$ lo que indica que se debe alimentar a 2.59 V. Dado que su rendimiento es de un 84 %, la potencia consumida por el motor será:

$$P = \frac{2,29 A \cdot 2,59 V}{0,84} = 7,06 W \quad (6.5)$$

Las dimensiones y el resto de las características del motor seleccionado se encuentran disponibles en el Apéndice A.

La figura 6.11 muestra una imagen del mecanismo realizado en 3D mediante el software Solid Edge. Esta imagen permite ver la relación entre el tamaño del mecanismo y el de la reductora y el motor elegidos. La reductora y el motor elegidos se pueden ver con detalle en la figura 6.12.

El modelo mostrado en las figuras 6.11 y 6.12 mantiene las dimensiones reales del mecanismo, el motor y la reductora. La geometría y dimensiones de estos últimos ha sido tomada de las hojas de características correspondientes. Además el modelo realizado ha permitido preparar los planos del mecanismo, quedando éste listo para dar la orden de fabricación. Los planos del mecanismo pueden encontrarse en el CD en formato dft de Solid Edge y pdf listos para imprimir en tamaño A3. En el Apéndice B de este texto se pueden encontrar dichos planos reducidos a tamaño A4.



Figura 6.11: *Mecanismo, motor y reductora*

6.3. Validación del mecanismo mediante modelo de elementos finitos

Una vez realizada la optimización del mecanismo es conveniente verificar de una forma más exhaustiva el buen comportamiento del sistema desde un punto de vista mecánico. En este apartado se explicará el procedimiento realizado para ello y los resultados obtenidos.

6.3.1. Metodología utilizada

La comprobación de las características mecánicas del brazo se realizará mediante la simulación del mismo mediante elementos finitos. El software informático utilizado será ANSYS, aunque podrían haberse utilizado otros como por ejemplo Catya, Adams, etc... El modelado se realizará utilizando los resultados obtenidos de la segunda ejecución del programa de optimización de *MATLAB*®.

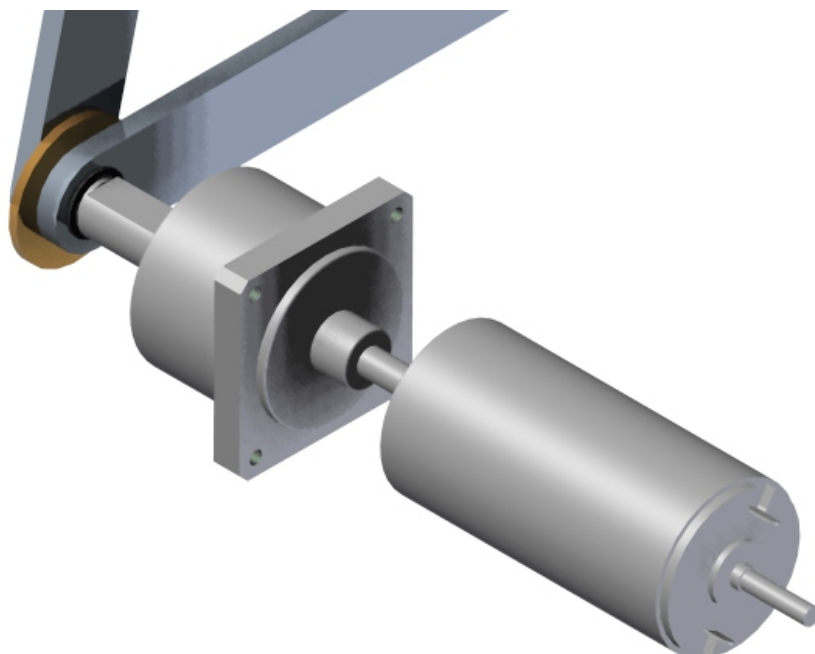


Figura 6.12: *Detalle del motor y la reductora*

Para la realización de la simulación del mecanismo mediante elementos finitos es necesario conocer la geometría y las cargas que aparecen en el mecanismo. Debido a que el sistema está en movimiento aparecerán cargas dinámicas debidas a los eslabones en movimiento que ANSYS no permite tener en cuenta, debido a que únicamente permite simular sistemas estáticos o cuasi-estáticos. Este problema se solucionará utilizando el software Working Model 2D que se utilizó anteriormente para simular el movimiento del mecanismo optimizado y obtener las reacciones en las uniones del mecanismo, de forma que se puedan trasladar a ANSYS. De esta forma la simulación tendrá en cuenta las cargas dinámicas. El problema de este procedimiento es que Working Model 2D es un software de diseño en 2D, por lo que las reacciones se calcularán todas en un mismo plano y al aplicarlas en el modelo en ANSYS aparecerá un momento en la dirección perpendicular al plano de trabajo de Working Model 2D. Para solucionar esto se limitará el movimiento en dicha dirección de las uniones de los eslabones en ANSYS. Este procedimiento producirá resultados muy aproximados aunque sería mejor solución realizar la simulación del

mecanismo mediante un software que permita simular modelos de elementos finitos con movimiento. Esta opción ha quedado descartada por no disponer en las aulas informáticas de programas de este tipo o de uso gratuito. En todo caso no se espera que las diferencias de comportamiento sean significativas.

Como se comentó anteriormente se utilizará el software Working Model 2D para obtener las reacciones que sufren las uniones entre eslabones. Para ello se ha realizado el modelo en 2D con las dimensiones obtenidas y se ha introducido el peso de cada eslabón para que las fuerzas calculadas sean las correctas, además de una carga vertical aplicada en G de 10 N, que será el valor máximo que deberá soportar el brazo para cumplir los requisitos. El régimen de giro del motor será el que produzca en el punto G la aceleración máxima de $0,5 \frac{m}{s^2}$ comentada anteriormente, resultando $\omega = 0.66 \frac{rad}{s}$. Además debido a que la simulación será estática el modelo de elementos finitos se realizará en la posición en que se alcanza la máxima aceleración del punto G.

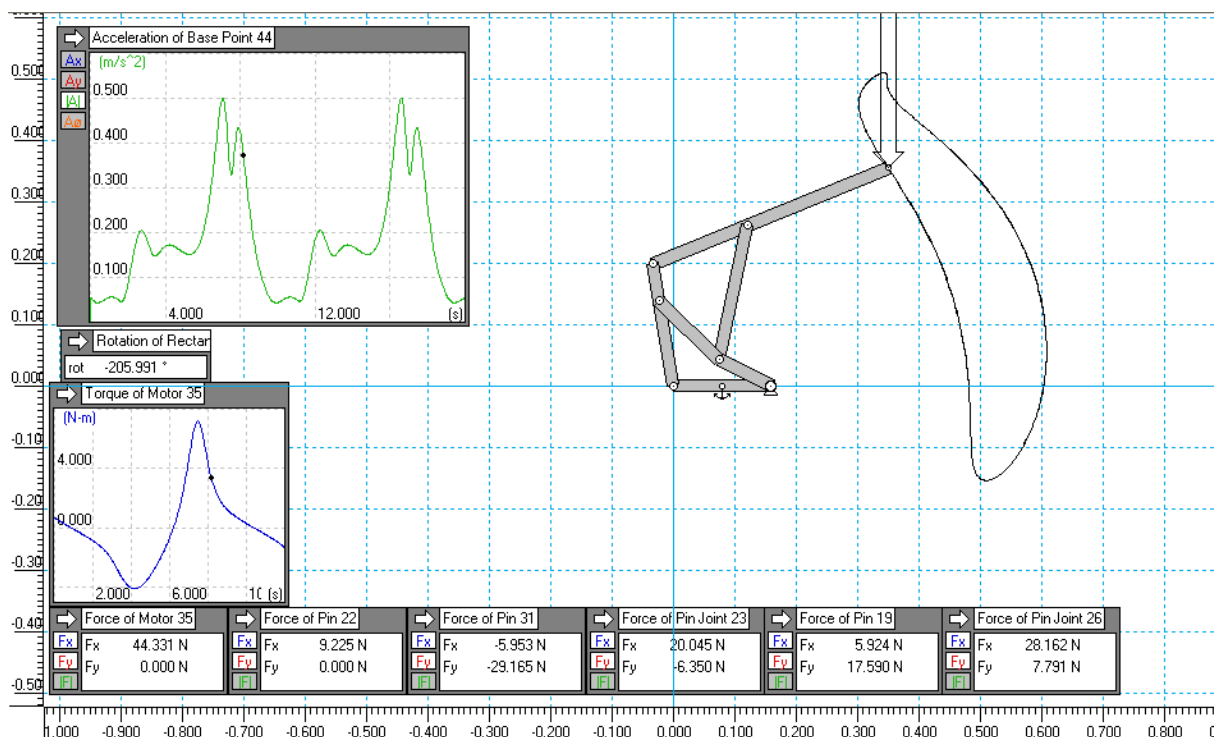


Figura 6.13: Obtención de reacciones con Working Model 2D

La figura 6.13 muestra una captura de pantalla del programa Working Model 2D con el

modelo realizado y las medidas obtenidas. Se puede observar el modelo con su trayectoria además de la gráfica de la aceleración del punto G (indicado en el programa como *base point 44*). Debajo de esta gráfica se muestra la de par del motor y debajo de ellas las reacciones en las uniones de los eslabones ordenadas de izquierda a derecha.

Las reacciones en los eslabones obtenidas son las que se incluyen en la tabla 6.3. Para su aplicación al modelo realizado en ANSYS se deben invertir sus sentidos obteniendo así los esfuerzos sobre los eslabones.

Unión	F_x (N)	F_y (N)
A	0	-30.109
B	-30.134	0
C	-24.417	-13.386
D	18.095	-49.363
E	24.436	1.761
F	22.566	-15.858
G	0	-10

Tabla 6.3: Reacciones en las uniones

Para ubicar los puntos de las uniones del mecanismo se ha utilizado la función *trayec.m* creada para la optimización del mecanismo, ya que proporciona valores más precisos que los que se pueden obtener mediante Working Model 2D. De esta forma se poseen las coordenadas X-Y donde se deben colocar las uniones de los eslabones al realizar el modelo de elementos finitos y a partir de estos se crea el resto del modelo.

Una vez que se conocen todos los datos necesarios para la realización de la simulación del mecanismo se procede a crear el modelo y realizar la simulación. El modelo ha sido creado con elementos de tipo sólido, concretamente tet10node 187. Esta elección permite realizar el diseño íntegramente con elementos finitos del mismo tipo, en lugar de realizar los eslabones con elementos planos y los bulones con elementos sólidos. Para el material de aluminio se ha utilizado un modelo de material elástico, lineal e isótropo por simplicidad,

con un módulo de Young de $E=65$ GPa y un coeficiente de Poisson de 0,3.

Cada eslabón y cada bulón ha sido modelado como un volumen separado por lo que para permitir que interactúen entre si se han creado pares de contacto entre los bulones y sus alojamientos correspondientes. Además se han creado pares de contacto entre los eslabones que se hallan próximos para que ANSYS tenga en cuenta el contacto entre los mismos y evite que se produzcan efectos indeseados, como que unos volúmenes atraviesen a otros.

Una vez creado y mallado el modelo, y creados los pares de contacto se procede a establecer las coacciones y las fuerzas. Lo primero a tener en cuenta es que no se debe aplicar la fuerza de la gravedad, debido a que las fuerzas calculadas en Working Model 2D ya tienen este factor en cuenta. Lo primero es fijar los desplazamientos. Para que el modelo se comporte de forma correcta se ha procedido a fijar la superficie inferior del eslabón \bar{AB} , limitando todos sus grados de libertad. El bulón de la unión A será fijado en todos sus grados de libertad, debido a que su posición quedará fijada por la ubicación del motor y su giro por el par soportado. Las cargas se han aplicado mediante presiones distribuidas en áreas. Para ello se ha calculado el área de la parte de cada bulón donde se aplicará la presión. La presión aplicada es la fuerza calculada en Working Model 2D dividida por el área de aplicación. La carga aplicada en el punto G se introduce como una fuerza puntual en un nodo que se ubicó previamente al mallado. Una vez mallado el mecanismo y con las cargas y restricciones colocadas se obtiene el resultado de las figuras 6.14 y 6.15.

6.3.2. Resultados de la simulación

Una vez que se tiene el modelo realizado en la posición correcta con las restricciones impuestas y las cargas aplicadas, se procede a ejecutar la simulación. Para visualizar los resultados primeramente se utilizará la opción *Plot Results* \rightarrow *Contour Plot* \rightarrow *Nodal solution* \rightarrow *Von Mises stress* ubicada en el menú *General postprocesor*. Para una mejor apreciación visual de los efectos producidos en el mecanismo, se utilizará una escala definida por ANSYS de forma automática, con factor 18.49 en este caso. Debe tenerse en

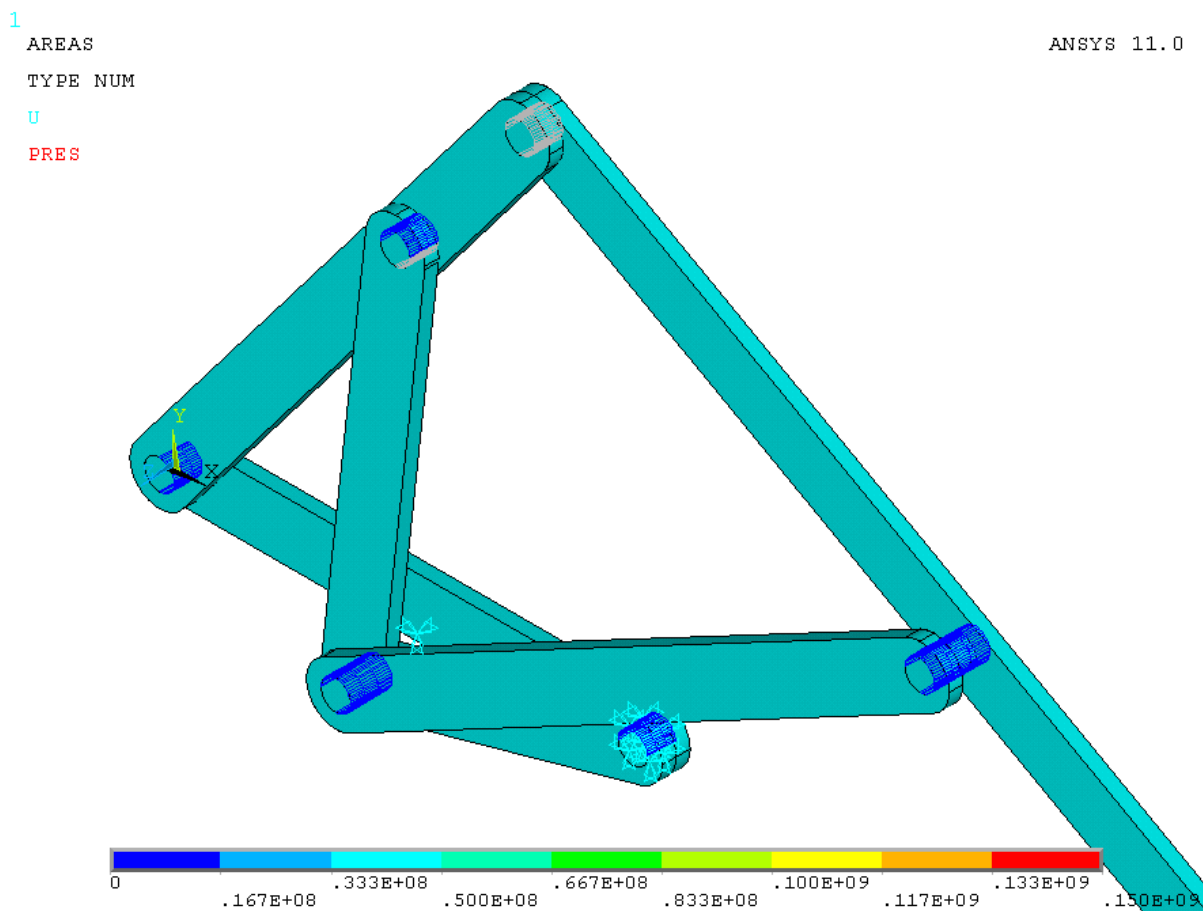


Figura 6.14: *Modelo mallado con cargas*

cuenta que las deformaciones reales son 18.49 veces menores que las visualizadas en la figura 6.16 debido al factor de escalado aplicado.

En la figura 6.17 se pueden observar algunos detalles de la estructura deformada.

Los resultados proporcionados por esta simulación indican que la tensión máxima se produce en la unión C. En este punto se obtiene una tensión de 535 MPa y una deformación de 1.362 mm. La deformación puede parecer excesiva, aunque esto dependerá de la aplicación real del robot. Debe tenerse en cuenta que el peso del mecanismo está muy contenido y que en caso de desear una menor deformación se podría incrementar el espesor de los eslabones. La tensión máxima del mecanismo es superior a la tensión admisible del aluminio, aproximadamente 90 MPa, por lo que se produciría plastificación en este punto. Este punto no debe ser tenido en cuenta debido a que el cálculo es incorrecto debido al

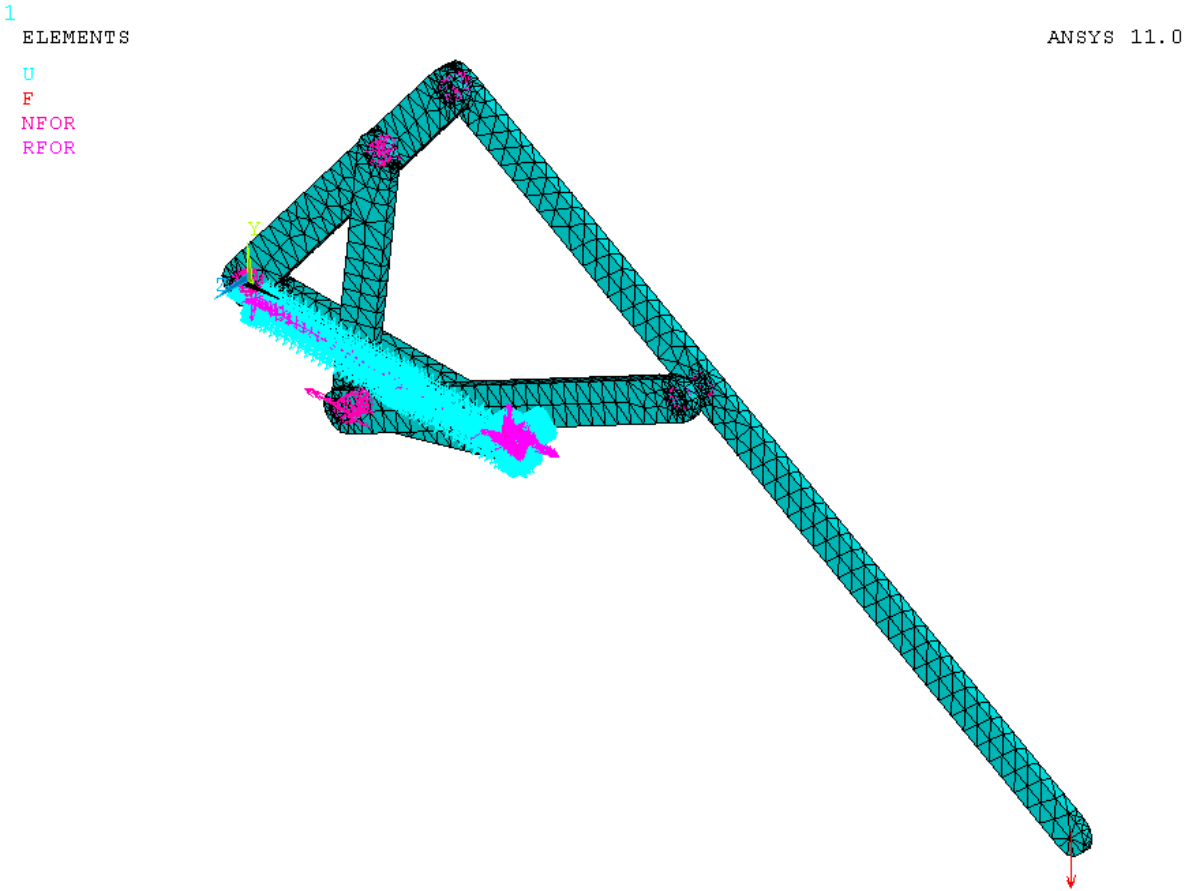


Figura 6.15: *Coacciones del modelo*

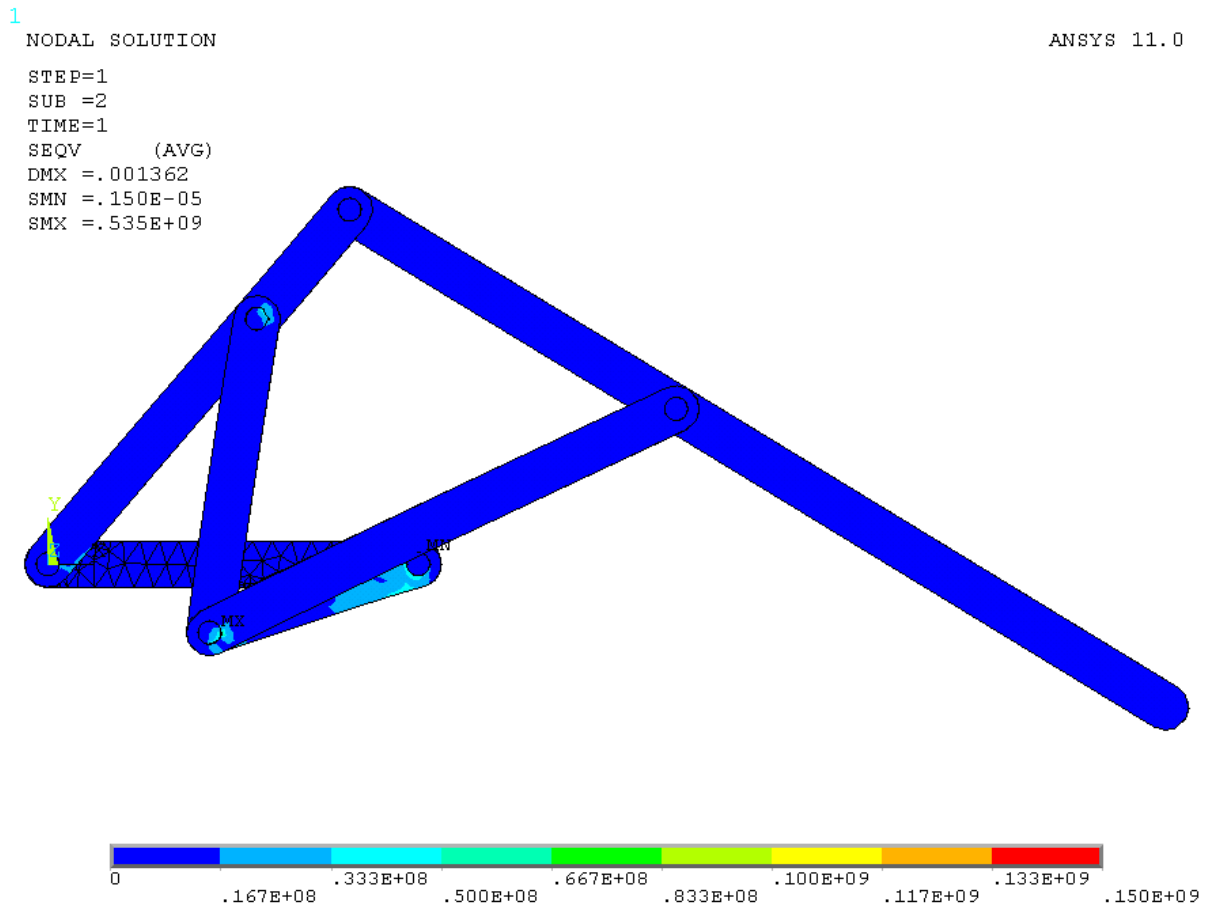


Figura 6.16: *Nivel de tensión Von Mises (Escala 18.49)*

uso de los pares de contacto. La singularidad tensional que se produce en el punto C se debe a una deformación del par de contacto. Esto hace que el esfuerzo se transmita por un área muy pequeña produciendo una gran tensión en un punto. Se considera que esta deformación no es real, y que está producida por una falta de precisión del mallado o por errores en el funcionamiento de ANSYS. Por estas razones se obviará este punto y se tendrá en cuenta el comportamiento del resto del mecanismo.

La escala de colores aplicada indica que el eslabón \bar{AC} es el que posee mayor nivel tensional. Parece lógico el resultado si tenemos en cuenta que este eslabón tiene su movimiento limitado por la acción del motor que ejerce un par resistente a la carga del brazo. Dado que el resto de las barras están unidas mediante pares que permiten la rotación, solo estarán sometidos a esfuerzos de tracción y compresión. La barra \bar{AC} , al estar empujada

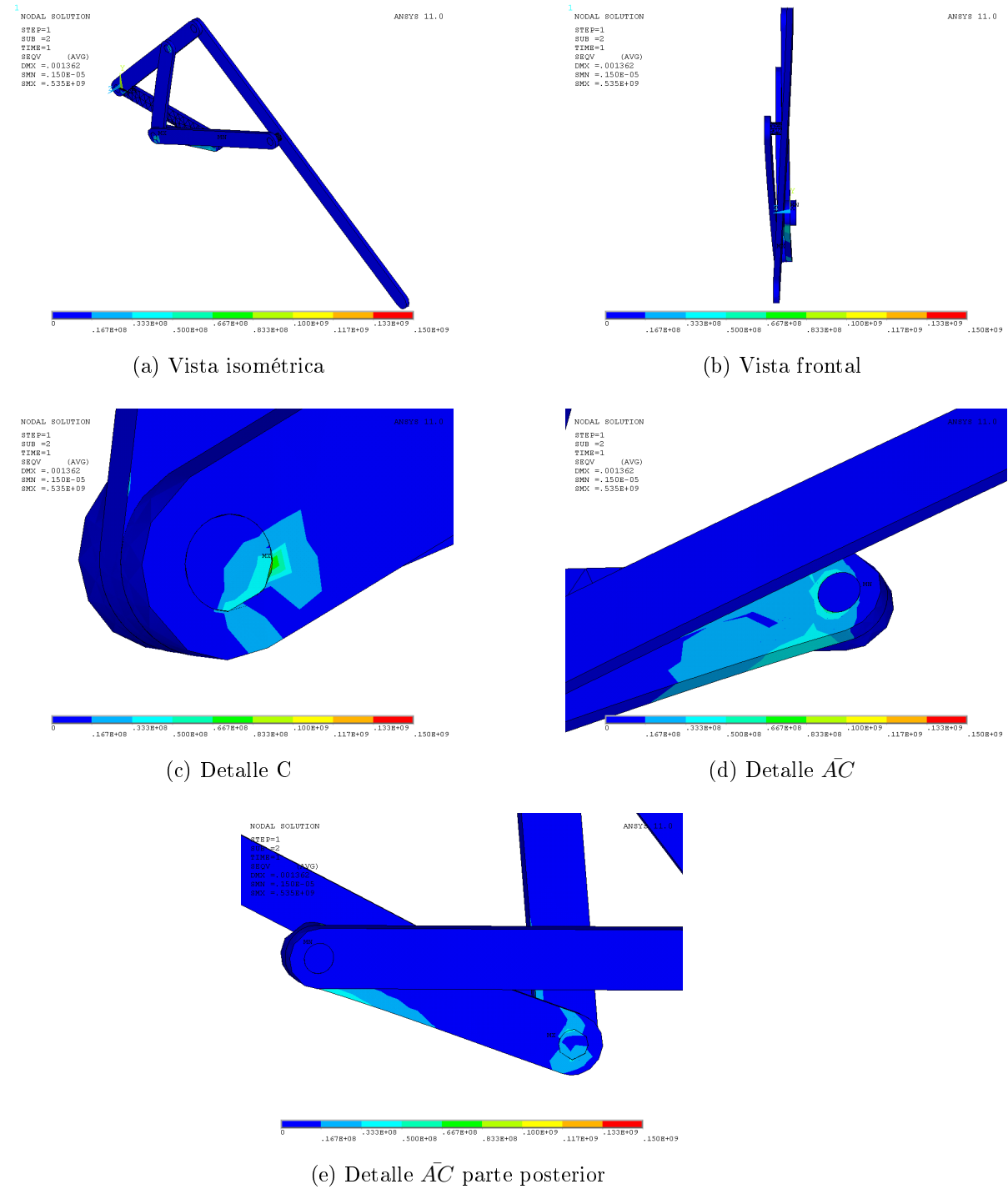


Figura 6.17: *Nivel de tensión Von Mises*

en su extremo A, sufre un cortante por las cargas aplicadas en su extremo C. Esto hace que esta barra flechte ocasionando tensiones en su parte inferior. Estas tensiones tienen un nivel, según la escala de colores de ANSYS, inferior a 83.3 MPa. Esto indica que el mecanismo puede soportar las cargas aplicadas dado que la resistencia del material está entre 90 y 100 MPa.

El nivel de tensión del mecanismo es elevado debido a que la optimización se ha realizado de una forma exhaustiva, disminuyendo el peso en un factor muy importante. Además el proceso de cálculo de las fuerzas mínimas aceptables que se utilizó como restricción en el programa de *MATLAB*[®] es muy limitado por lo que los resultados, aunque cumplen con los requisitos, están llevando al material al límite de su capacidad. En futuros trabajos sería interesante implementar una estimación más realista del nivel de carga del mecanismo en el programa de optimización.

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

El propósito de este proyecto era en gran medida proponer una metodología de trabajo que tuviera en cuenta la importancia del diseño mecánico en el proceso de creación de robots. Es cierto que este proceso tiene muchas vertientes diferentes que hacen que no siempre sea aplicable una metodología como la presentada en este proyecto, sin embargo si que es aplicable, la mayoría de las veces, la idea de que un diseño óptimo de un componente robótico puede mejorarse ampliamente mediante la optimización del diseño mecánico. Únicamente cuando los procesos de diseño de estos elementos consigan conjugar diseños mecánicos eficientes y optimizados con lógicas de control y sistemas electrónicos avanzados se conseguirán robots realmente eficientes.

A la vista de los resultados obtenidos podemos decir que el brazo diseñado, que posee una masa de poco más de 300 g más la masa del motor que suponen otros 340 g y la masa de la transmisión que son 50 g, en total menos de 700 g puede desplazar una masa de un kg. De esta forma se consigue una eficiencia, si no similar a la de un brazo humano, según la comparación realizada en la introducción, bastante superior a la que suele ser común en este tipo de brazos mecánicos.

Un mejor diseño se obtendría si se aplicase la optimización multiobjetivo a todos los mecanismos obtenidos que cumplan las especificaciones de diseño. Esto es debido a que el

proceso de síntesis dimensional tiene una importancia crítica en el comportamiento cinemático de los mecanismos. Por este motivo es posible que el mecanismo más prometedor a priori no sea el que consigue mejores resultados después del proceso de síntesis dimensional. Sin embargo el proceso de optimización multiobjetivo requiere de la obtención previa de las ecuaciones analíticas de cada mecanismo, lo cual requiere la realización de unos cálculos que no aportarían ningún valor añadido al proyecto y además complicarían su desarrollo, aunque.

El sistema mecánico realizado en este proyecto carece de ciertas partes que le dotarían de una utilidad real en el entorno industrial y de servicio. Aunque el motivo principal del proyecto era ilustrar como un mejor diseño mecánico puede repercutir enormemente en las características finales de un componente robótico, se considera importante realizar una pequeña reflexión sobre los futuros trabajos que podrían dotar a este tipo de sistemas de una utilidad mayor.

- **Adición de mesa rotatoria:** El primer trabajo que se considera de gran utilidad es la adición de una mesa rotatoria sobre la que se ancle el brazo diseñado, dotando al mismo de un segundo grado de libertad, en caso de tener motores independientes. Quizás sería más interesante la utilización de un único motor que alimentaría la mesa rotatoria y el brazo mecánico. Mediante una transmisión simple se podría realizar un movimiento sincronizado del brazo y la mesa rotatoria, de forma que se obtenga un movimiento espacial en vez de plano, pero se mantenga un grado de libertad. Con únicamente una transmisión se podría conseguir que cada vuelta de la mesa, el brazo tuviese dos revoluciones pudiendo así coger elementos situados en un lado de la mesa rotatoria y colocarlos al otro. Esto sería de gran utilidad para mesas transfer.

Otra opción es la mesa oscilatoria. Esta mesa consiste en unir la mesa a un eslabón de un cuadrilátero articulado alimentado por el mismo motor que alimenta el brazo. Si asociamos la mesa rotatoria a una biela, conseguiremos un movimiento oscilatorio en lugar de revoluciones completas. Este movimiento puede ser útil cuando se requiere un funcionamiento a mayor velocidad y con mayor frecuencia.

- **Diseño de actuador neumático:** Otro trabajo posterior sería el diseño de una pinza u otro tipo de actuador que se colocaría en el punto G del mecanismo, dotándole de la capacidad de realizar diferentes acciones. Un diseño sencillo sería mediante actuadores neumáticos, los cuales serían apropiados por tener un bajo peso y trabajar fácilmente con cargas pequeñas. Podría realizarse el control mediante sensores electrónicos y un software de control o mediante accionadores mecánicos, eliminando así todo tipo de control del proceso.
- **Instrumentación simple para control con PLC:** En caso de requerir un control más estricto del movimiento del brazo y la mesa, se podrían utilizar dos motores independientes con encoder y realizar el control de forma muy sencilla mediante un PLC. De esta forma se podría incorporar el brazo mecánico a un entorno industrial de forma rápida y económica y podría realizarse un control automatizado del mismo.

APÉNDICES

APÉNDICE **A**

CARACTERÍSTICAS DE MOTOR Y REDUCTORA

Contenidos:

- Hoja de características del motor Maxon 285786 RE 35
- Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J
- Plano de la reductora CSF-11-100-2XH-J

112 APÉNDICE A. CARACTERÍSTICAS DE MOTOR Y REDUCTORA

CSF Rating Table

Table 1

Size	Ratio	Rated Torque at 2000 T _r rpm		Limit for Repeated Peak Torque		Limit for Average Torque		Limit for Momentary Peak Torque		Maximum Input Speed		Limit for Average Input Speed		Moment of Inertia	
		Nm	in-lb	Nm	in-lb	Nm	in-lb	Nm	in-lb	Oil rpm	Grease rpm	Oil rpm	Grease rpm	x10 ⁻⁴ kg.m ²	x10 ⁻⁵ kgf.m.s ²
8	30	0.9	8	1.8	16	1.4	12	3.3	29	14000	8500	6500	3500	0.003	0.0031
	50	1.8	16	3.3	29	2.3	20	6.6	58						
	100	2.4	18	4.8	42	3.3	29	9.0	80						
11	30	2.2	19	4.5	40	3.4	30	8.5	75	14000	8500	6500	3500	0.012	0.012
	50	3.5	31	8.3	73	5.5	49	17	150						
	100	5.0	44	11	97	8.9	79	25	221						
14	30	4.0	35	9.0	80	6.8	60	17	150	14000	8500	6500	3500	0.033	0.034
	50	5.4	48	18	159	6.9	61	35	310						
	80	7.8	69	23	204	11	97	47	416						
	100	7.8	69	28	248	11	97	54	478						
17	30	8.8	78	16	142	12	106	30	266	10000	7300	6500	3500	0.079	0.081
	50	16	142	34	301	26	230	70	620						
	80	22	195	43	381	27	239	87	770						
	100	24	212	54	478	39	345	108	956						
20	120	24	212	54	478	39	345	86	761	10000	6500	6500	3500	0.193	0.197
	30	15	133	27	239	20	177	50	443						
	50	25	221	56	496	34	301	98	867						
	80	34	301	74	655	47	411	127	1124						
	100	40	354	82	726	49	434	147	1301						
25	120	40	354	87	770	49	434	147	1301	7500	5600	5600	3500	0.413	0.421
	160	40	354	92	814	49	434	147	1301						
	30	27	239	50	443	38	336	95	841						
	50	39	345	98	868	55	487	186	1646						
	80	63	558	137	1212	87	770	255	2257						
	100	67	593	157	1389	108	956	284	2513						
32	120	67	593	167	1478	108	956	304	2690	7000	4800	4600	3500	1.69	1.72
	160	67	593	176	1558	108	956	314	2779						
	30	54	478	100	885	75	664	200	1770						
	50	76	673	216	1912	108	956	382	3381						
	80	118	1044	304	2690	167	1478	568	5027						
	100	137	1212	333	2947	216	1912	647	5726						
40	120	137	1212	353	3124	216	1912	686	6071	5600	4000	3600	3000	4.50	4.59
	160	137	1212	372	3292	216	1912	686	6071						
	50	137	1212	402	3558	196	1735	686	6071						
	80	206	1823	519	4593	284	2513	980	8673						
	100	265	2345	568	5027	372	3292	1080	9558						
45	120	294	2602	617	5460	451	3991	1180	10443	5000	3800	3300	3000	8.68	8.86
	160	294	2602	647	5726	451	3991	1180	10443						
	50	176	1558	500	4425	265	2345	950	8408						
	80	313	2770	706	6248	390	3452	1270	11240						
	100	353	3124	755	6682	500	4425	1570	13895						
50	120	402	3558	823	7284	620	5487	1760	15576	4500	3500	3000	2500	12.5	12.8
	160	402	3558	882	7806	630	5576	1910	16904						
	50	245	2168	715	6328	350	3098	1430	12656						
	80	372	3292	941	8328	519	4593	1860	16461						
	100	470	4160	980	8673	666	5894	2060	18231						
58	120	529	4682	1080	9558	813	7195	2060	18231	4000	3000	2700	2200	27.3	27.9
	160	529	4682	1180	10443	843	7461	2450	21683						
	50	353	3124	1020	9027	520	4602	1960	17346						
	80	549	4859	1480	13098	770	6815	2450	21683						
	100	696	6160	1590	14072	1060	9381	3180	28143						
	120	745	6593	1720	15222	1190	10532	3330	29471	4000	3000	2700	2200	27.3	27.9
	160	745	6593	1840	16284	1210	10709	3430	30356						

Figura A.2: Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J

Rating Table

Table 2

Size	Ratio	Rated Torque at 2000 Tr rpm		Limit for Repeated Peak Torque		Limit for Average Torque		Limit for Momentary Peak Torque		Maximum Input Speed rpm		Limit for Average Input Speed rpm		Moment of Inertia	
		Nm	in-lb	Nm	in-lb	Nm	in-lb	Nm	in-lb	Oil	Grease	Oil	Grease	x10 ⁻⁴ kg·m ²	x10 ⁻⁵ kgf·m·s ²
65	50	490	4337	1420	12567	720	6372	2830	25046	3500	2800	2400	1900	46.8	47.8
	80	745	6593	2110	187	1040	9204	3720	32922						
	100	951	8416	2300	20355	1520	13452	4750	42038						
	120	951	8416	2510	22214	1570	13895	4750	42038						
	160	951	8416	2630	23276	1570	13895	4750	42038						
80	50	872	7717	2440	21594	1260	11151	4870	43100	2900	2300	2200	1500	122	124
	80	1320	11682	3430	30356	1830	16196	6590	58322						
	100	1700	15045	4220	37347	2360	20886	7910	70004						
	120	1990	17612	4590	40622	3130	27701	7910	70004						
	160	1990	17612	4910	43454	3130	27701	7910	70004						
90	50	1180	10443	3530	31241	1720	15222	6660	58941	2700	2000	2100	1300	214	218
	80	1550	13718	3990	35312	2510	22214	7250	64163						
	100	2270	20090	5680	50268	3360	29736	9020	79827						
	120	2570	22745	6160	54516	4300	38055	9800	86730						
	160	2700	23895	6840	60534	4300	38055	11300	100005						
100	50	1580	13983	4450	39383	2280	20178	8900	78765	2500	1800	2000	1200	356	363
	80	2380	21063	6060	53631	3310	29294	11600	102660						
	100	2940	26019	7350	65048	4630	40976	14100	124785						
	120	3180	28143	7960	70446	5720	50622	15300	135405						
	160	3550	31418	9180	81243	5720	50622	15500	137175						

CSG Rating Table

Table 3

Size	Ratio	Rated Torque at 2000 Tr rpm		Limit for Repeated Peak Torque		Limit for Average Torque		Limit for Momentary Peak Torque		Maximum Input Speed rpm		Limit for Average Input Speed rpm		Moment of Inertia	
		Nm	in-lb	Nm	in-lb	Nm	in-lb	Nm	in-lb	Oil	Grease	Oil	Grease	x10 ⁻⁴ kg·m ²	x10 ⁻⁵ kgf·m·s ²
14	50	7.0	62	23	204	9	80	46	407	14000	8500	6500	3500	0.033	0.0034
	80	10	89	30	266	14	124	61	540						
	100	10	89	36	319	14	124	70	620						
17	50	21	186	44	390	34	301	91	805	10000	7300	6500	3500	0.079	0.081
	80	29	257	56	496	35	310	113	1000						
	100	31	274	70	620	51	451	143	1266						
	120	31	274	70	620	51	451	112	991						
20	50	33	292	73	646	44	389	127	1124	10000	6500	6500	3500	0.193	0.197
	80	44	389	96	850	61	540	165	1460						
	100	52	460	107	947	64	566	191	1690						
	120	52	460	113	1000	64	566	191	1690						
	160	52	460	120	1062	64	566	191	1690						
25	50	51	451	127	1124	72	637	242	2142	7500	5600	5600	3500	0.413	0.421
	80	82	726	178	1575	113	1000	332	2938						
	100	87	770	204	1805	140	1239	369	3266						
	120	87	770	217	1920	140	1239	395	3496						
	160	87	770	229	2027	140	1239	408	3611						
32	50	99	876	281	2487	140	1239	497	4399	7000	4800	4600	3500	1.69	1.72
	80	153	1354	395	3496	217	1920	738	6531						
	100	178	1575	433	3832	281	2487	841	7443						
	120	178	1575	459	4062	281	2487	892	7894						
	160	178	1575	484	4283	281	2487	892	7894						
40	50	178	1575	523	4629	255	2257	892	7894	5600	4000	3600	5000	4.50	4.59
	80	268	2372	675	5974	369	3266	1270	11240						
	100	345	3053	738	6531	484	4283	1400	12390						
	120	382	3381	802	7098	586	5186	1530	13541						
	160	382	3381	841	7443	586	5186	1530	13541						

Figura A.3: Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J

Technical Terms

Definition of Ratings

Rated Torque (Tr)

Rated torque indicates allowable continuous load torque at 2000 rpm input speed.

Limit for Repeated Peak Torque (refer to figure 1)

During acceleration a deceleration the harmonic drive gear experiences a peak torque as a result of the moment of inertia of the output load.

Limit for Average Torque

In cases where load torque and input speed vary, it is necessary to calculate an average value of load torque. The table indicates the limit for average torque. The average torque calculated must not exceed this limit.

Limit for Momentary Peak Torque (refer to figure 1)

Harmonic drive gearing may be subjected to momentary peak torques in the event of a collision or emergency stop. The magnitude and frequency of occurrence of such peak torques must be kept to a minimum and they should, under no circumstance, occur during normal operating cycle. The allowable number of occurrences of the momentary peak torque may be calculated by using equation 7 on page 12. Also see section "strength and life".

Strength and Life

The non-rigid Flexspline is subjected to repeated deflections, and its strength determines the torque capacity of the harmonic drive gear. The values given for Rated Torque at Rated Speed and for the allowable Repeated Peak Torque are based on an infinite fatigue life for the Flexspline.

The torque that occurs during a collision must be below the momentary peak torque (impact torque). The maximum number of occurrences is given by the equation below.

[Equation 7]

$$N = \frac{1.0 \times 10^4}{2 \times \frac{n}{60} \times t}$$

n: Input speed before collision
t: Time interval during collision

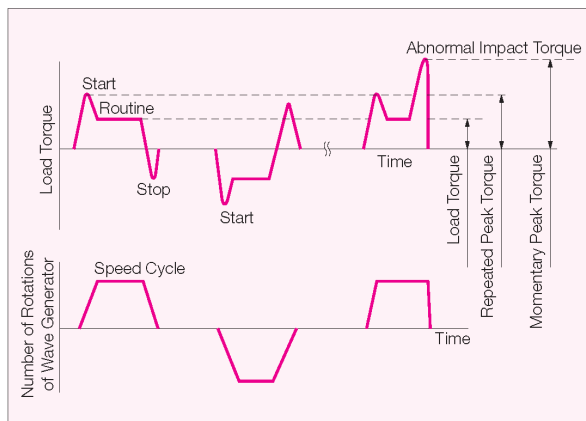
Please note:

If this number is exceeded, the Flexspline may experience a fatigue failure.

Ratcheting phenomenon

When excessive torque is applied while the harmonic drive gear is in motion, the teeth between the Circular Spline and Flexspline may not engage properly. This phenomenon is called ratcheting and the torque at which this occurs is called ratcheting torque. Ratcheting may cause the Flexspline to become non-concentric with the Circular Spline. (See figure 1 & 2 on page 12) Operating in this condition may result in shortened life and a Flexspline fatigue failure.

Figure 1



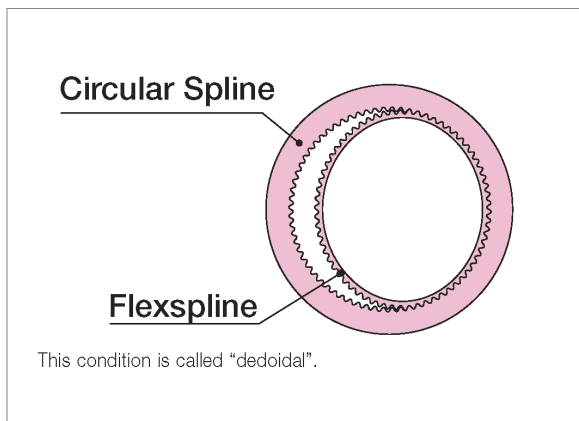
Maximum Input Speed, Limit for average input speed

Do not exceed the allowable rating.

Moment of Inertia

The rating indicates the moment of inertia reflected to the wave generator (gear input).

Figure 2



Note!

When ratcheting occurs, the teeth mesh abnormally as shown above. Vibration and Flexspline damage may occur. Once ratcheting occurs, the teeth wear excessively and the ratcheting torque may be lowered.

Figura A.4: Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J

Efficiency

Efficiency

The efficiency depends on the conditions shown below.
Efficiency depends on gear ratio, input speed, load torque, temperature, quantity of lubricant and type of lubricant.
Efficiency values shown are for rated torque. If load torque is below rated torque, a compensation factor must be employed.

Load Torque \geq Rated Torque : Efficiency = Efficiency from Graph

Load Torque < Rated Torque : Efficiency = Efficiency from Graph x
Compensation Coefficient from figure 9.

Measurement Condition

Installation : Based on recommended tolerance

Load torque : Rated torque

Lubricant : Harmonic grease SK-1A

Harmonic grease SK-2

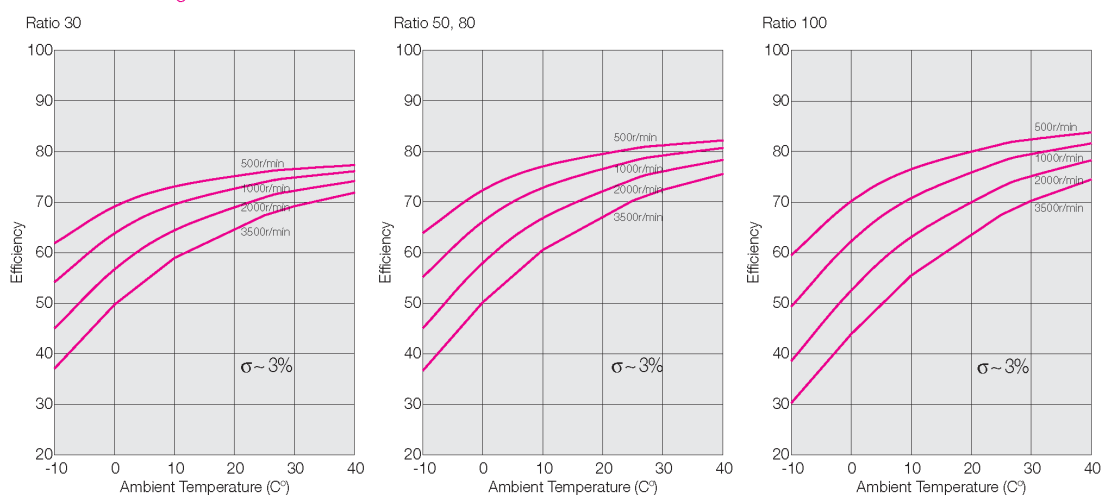
Harmonic grease 4B No.2

Grease quantity : Recommended quantity

Please contact us for details pertaining to recommended oil lubricant.

COMPONENT SET 8,11, 14

Harmonic drive grease SK-2



Harmonic drive grease 4B No.2A

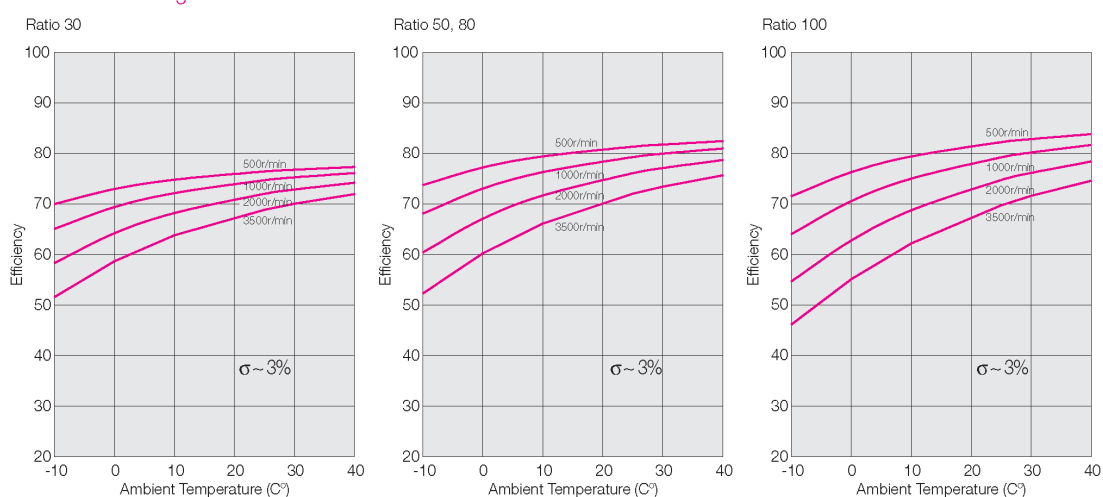
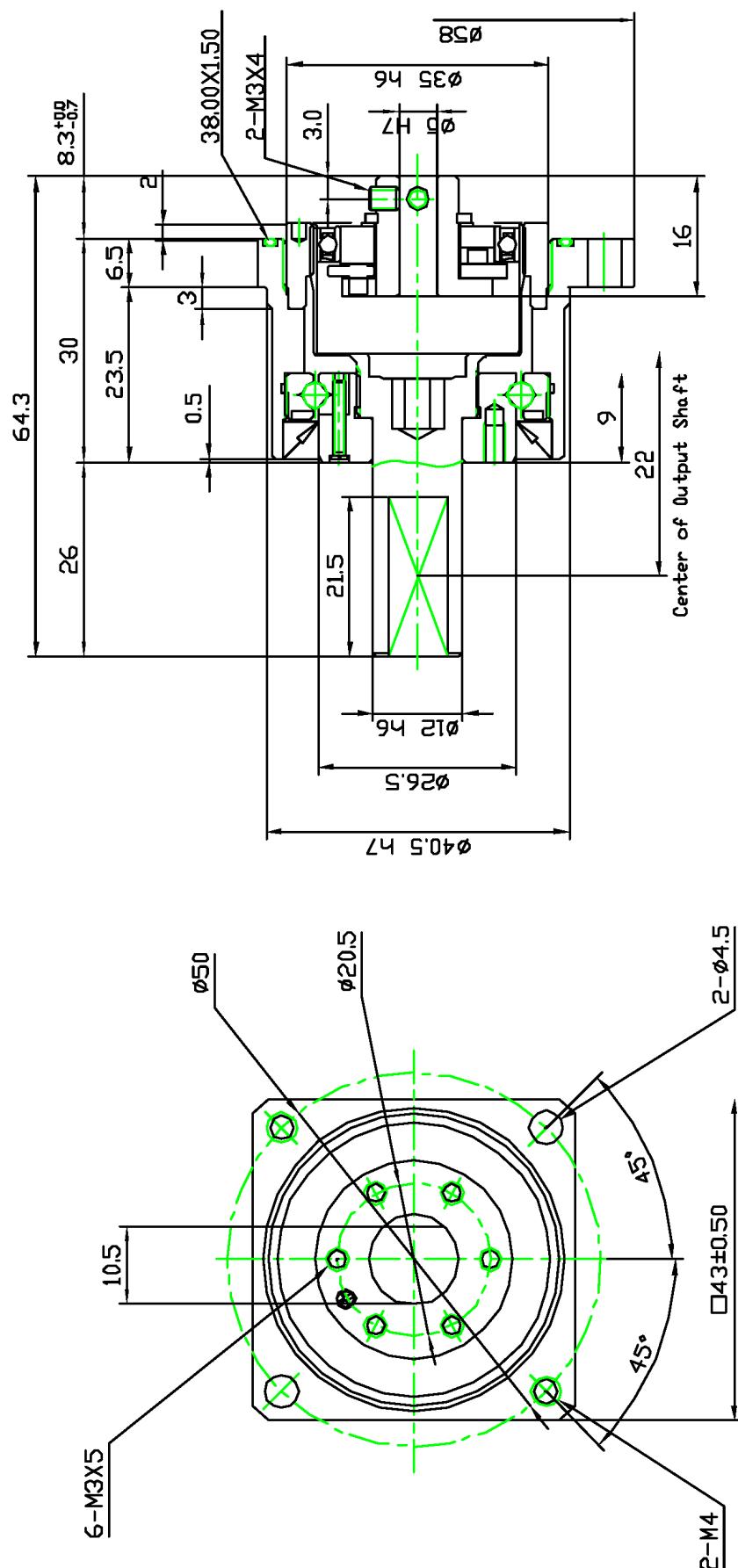


Figura A.5: Hoja de características de la reductora CSF-11-100-2XH-J



CSF-11-XXX-2XH-J.dxf

Harmonic Drive LLC
800-921-3332
www.harmonicdrive.net



Notice!

All specifications and drawings shown in the drawing are subject to change without notice. This drawing is the property of Harmonic Drive LLC. This data is believed to be accurate, however, Harmonic Drive LLC assumes no liability for any errors or omissions in the specifications, models, or drawings.

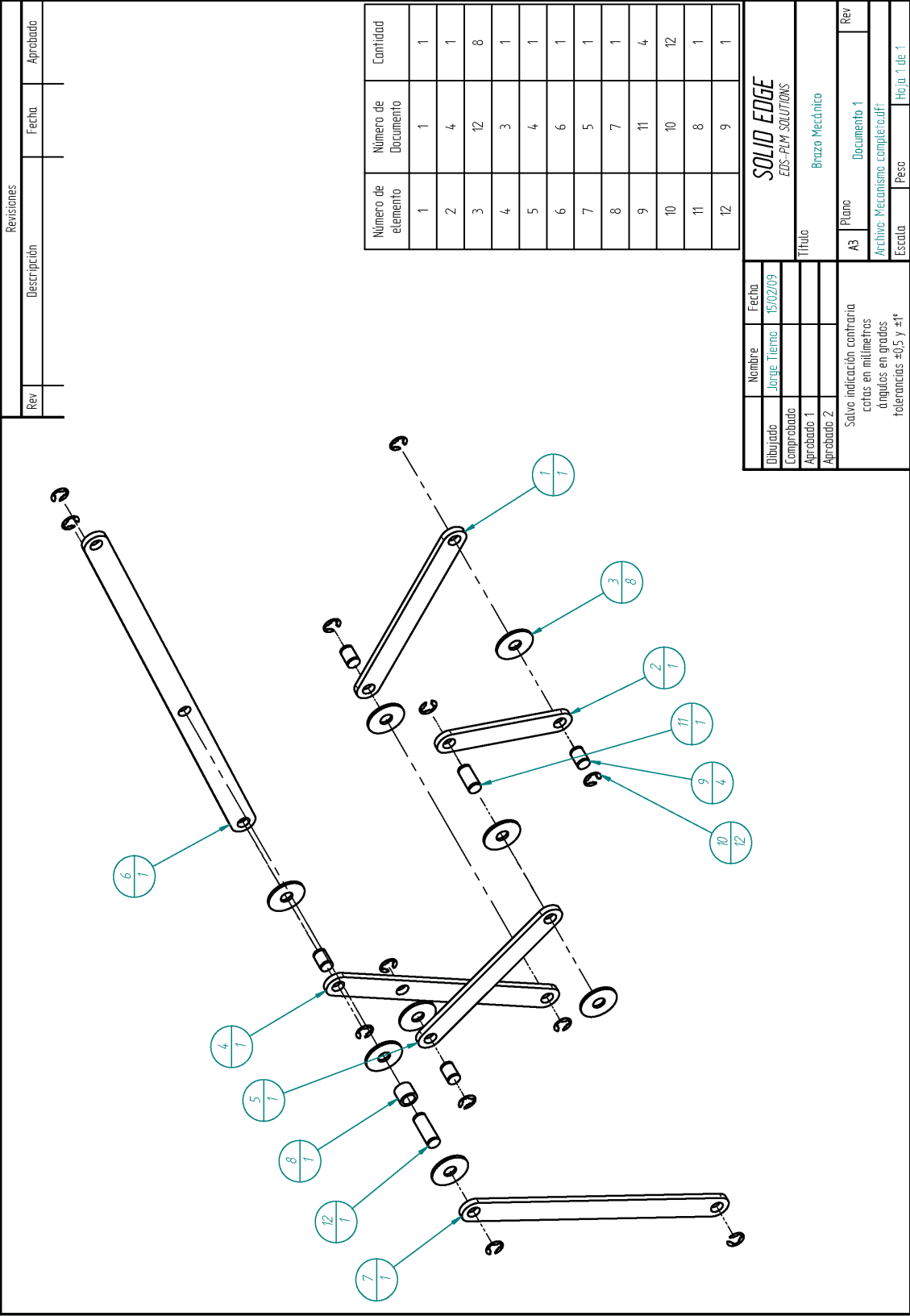
HARMONIC DRIVE LTD
Tel: 800-921-3332
www.harmonicdrive.net

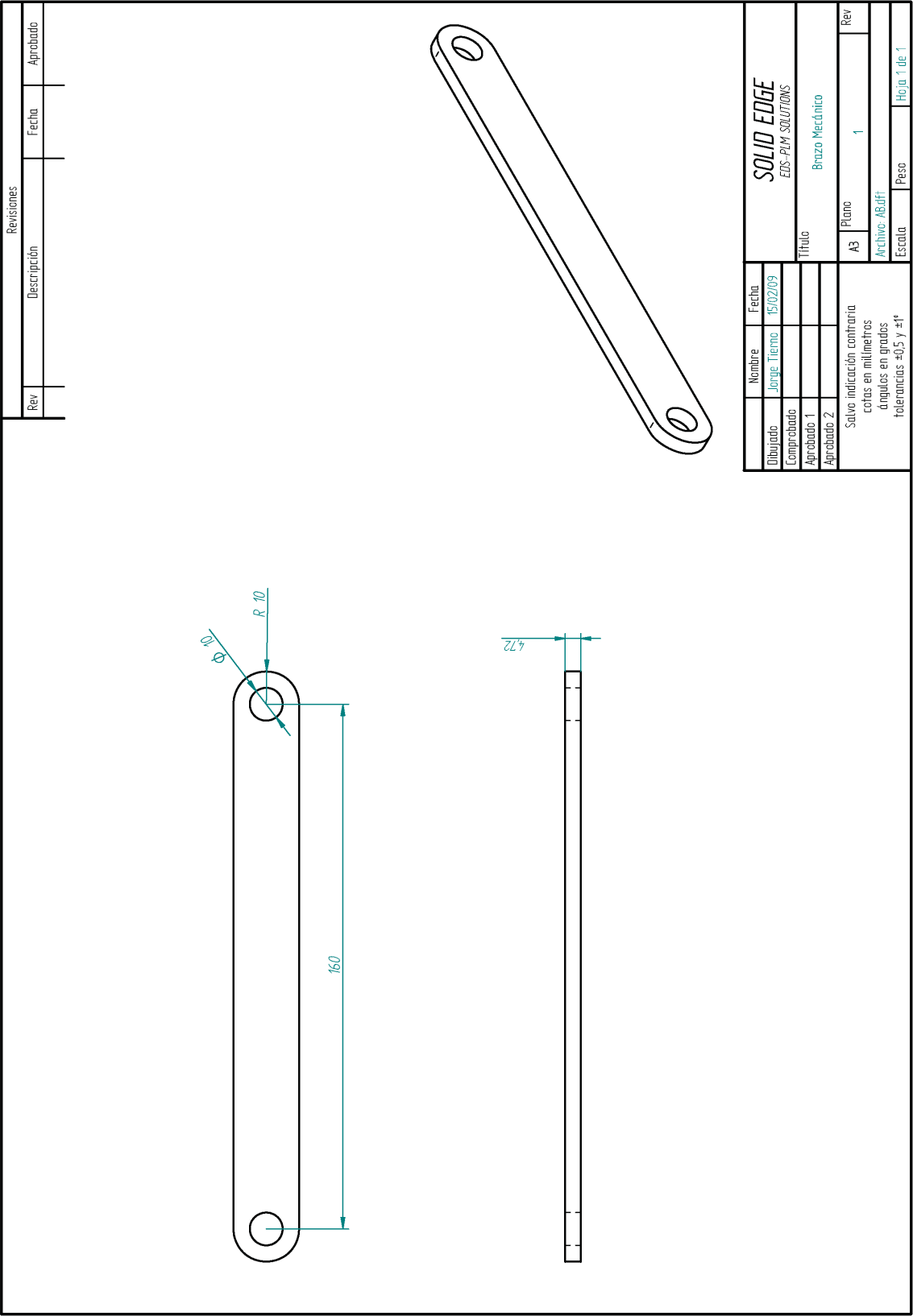
Figura A.6: Plano de la reductora CSF-11-100-2XH-J

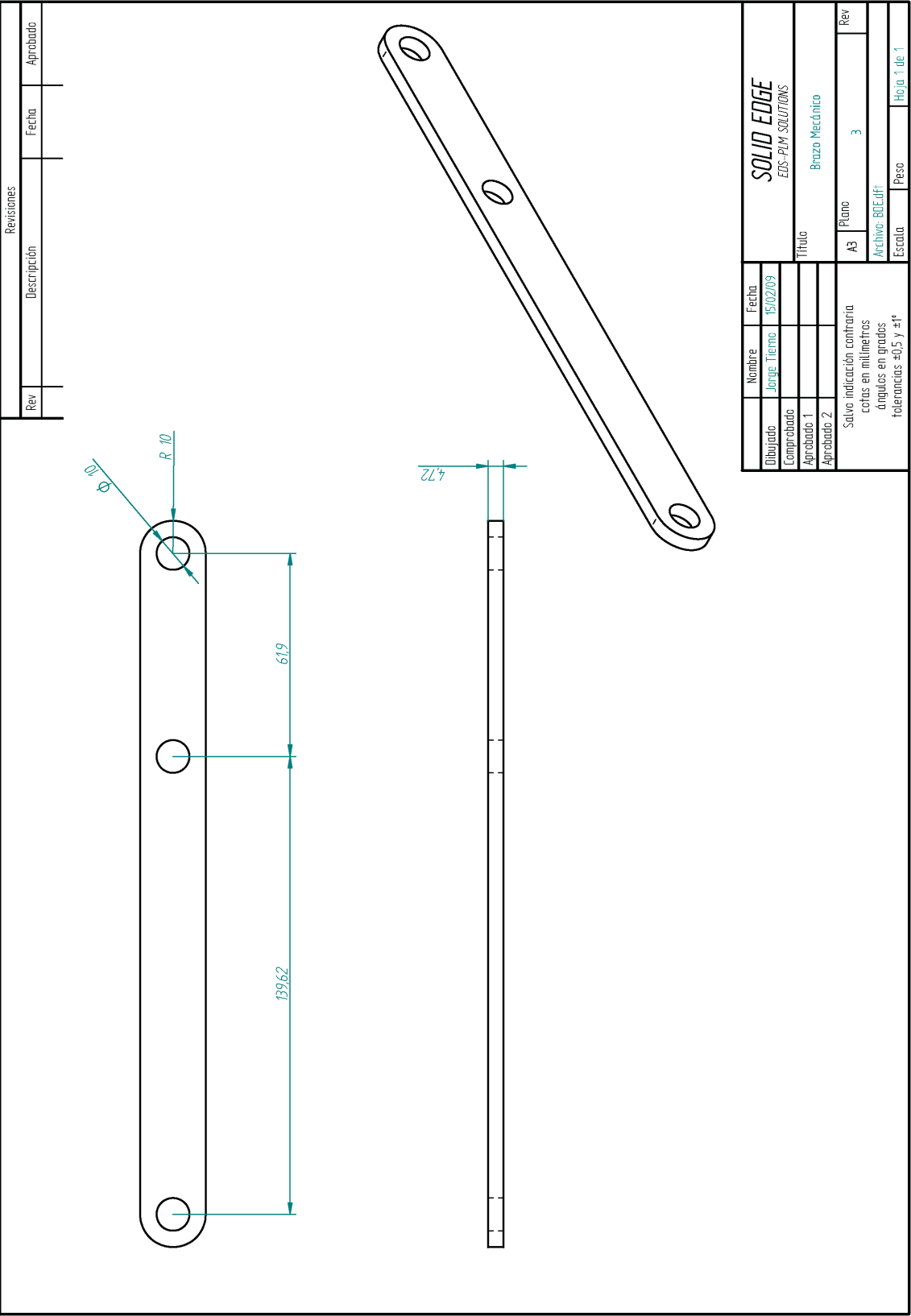
PLANOS DEL MECANISMO

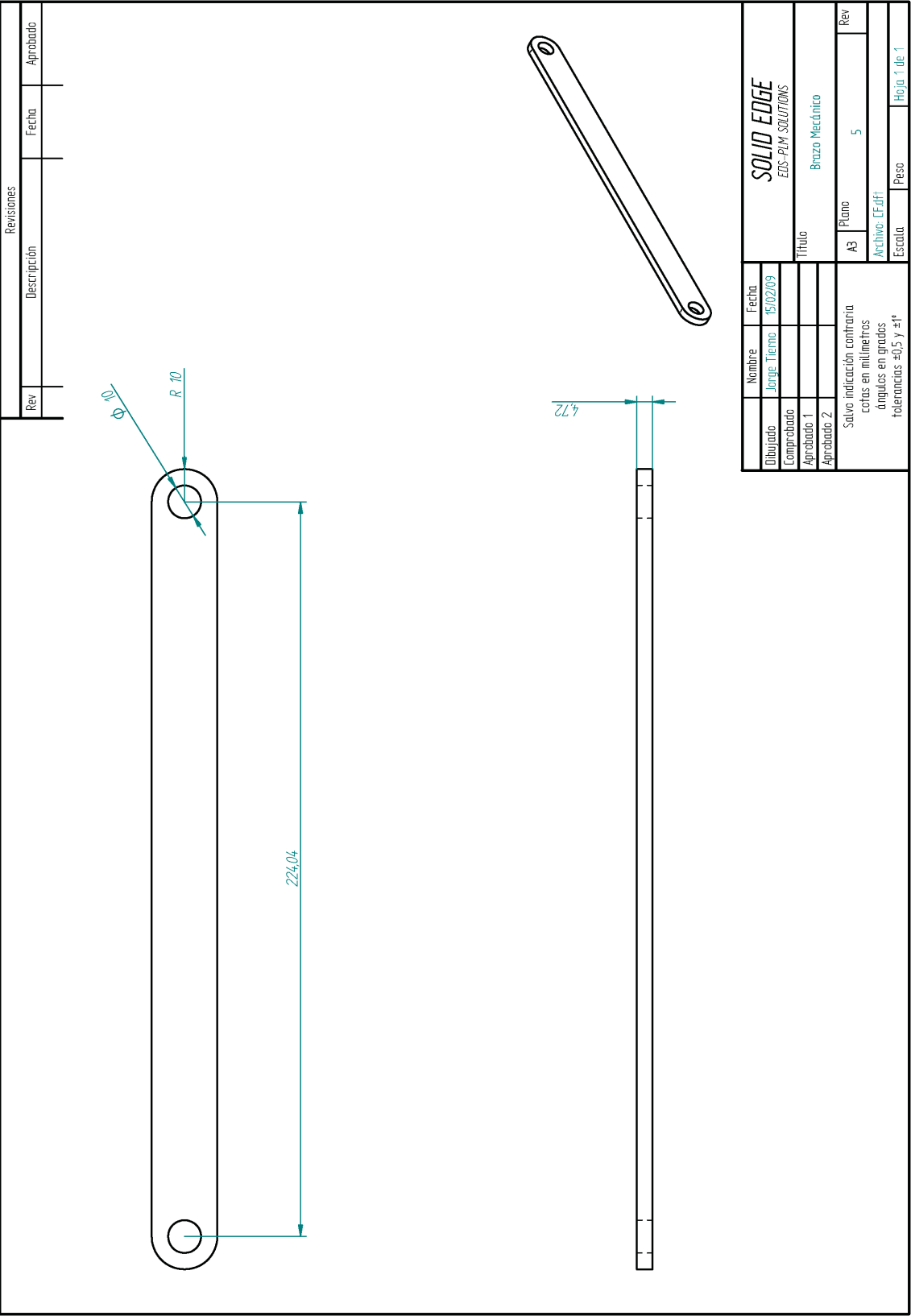
Contenidos:

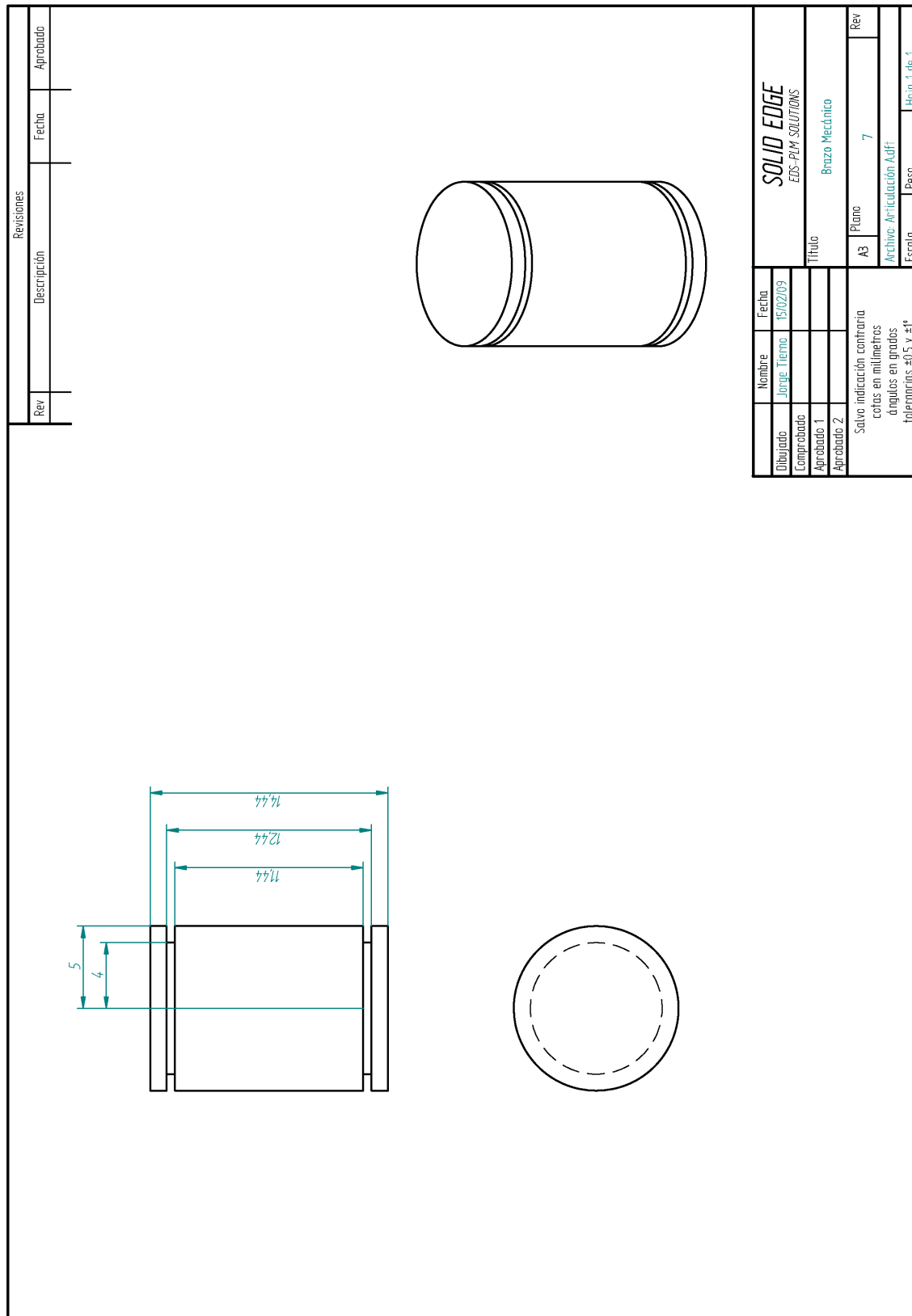
- Plano de conjunto
- Plano 1: Barra \bar{AB}
- Plano 2: Barra \bar{AC}
- Plano 3: Barra \bar{BE}
- Plano 4: Barra \bar{CD}
- Plano 5: Barra \bar{CF}
- Plano 6: Barra \bar{EG}
- Plano 7: Separador
- Plano 8: Articulación A, B, D, E, G
- Plano 9: Pasador
- Plano 10: Articulación C
- Plano 11: Articulación F



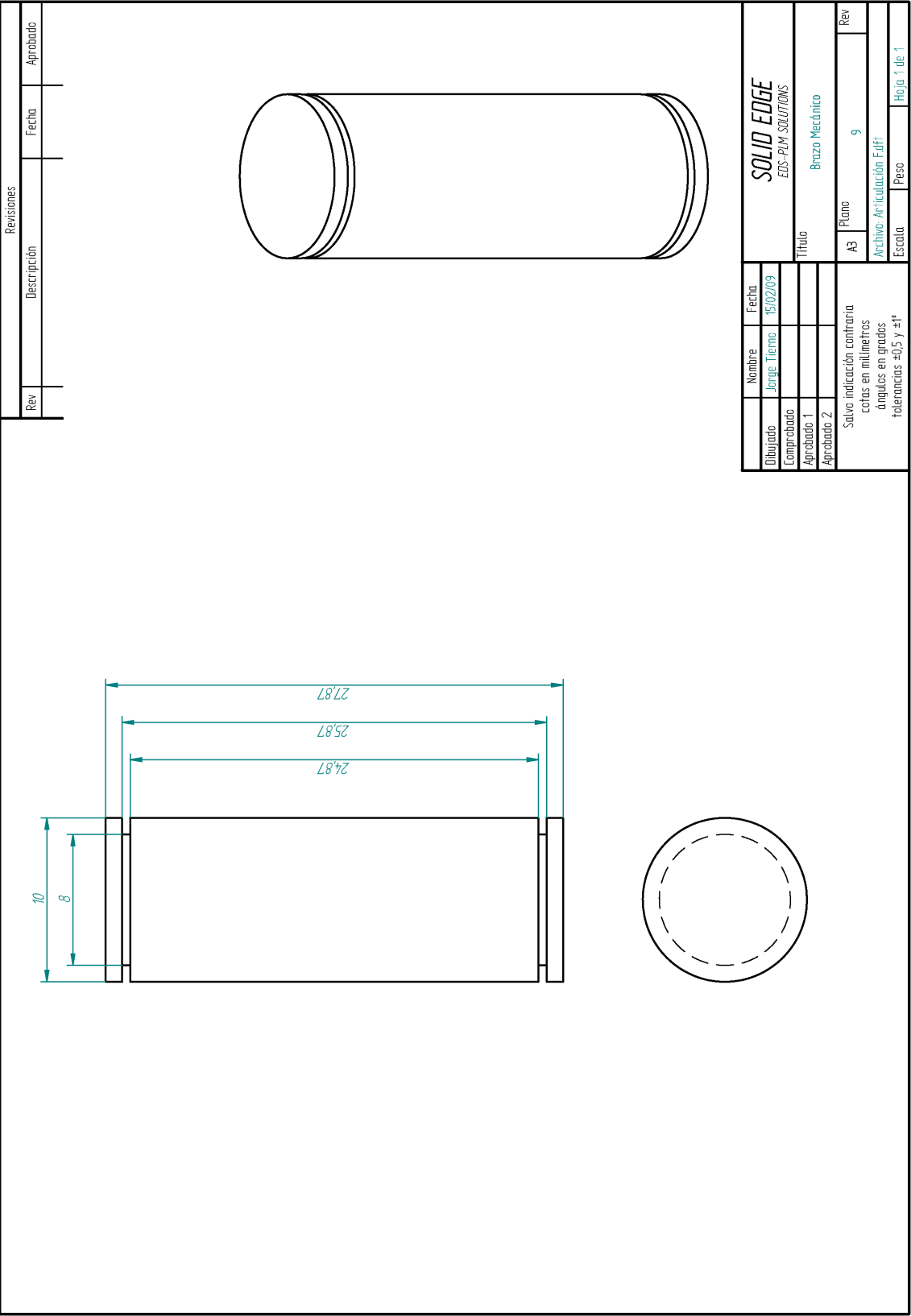


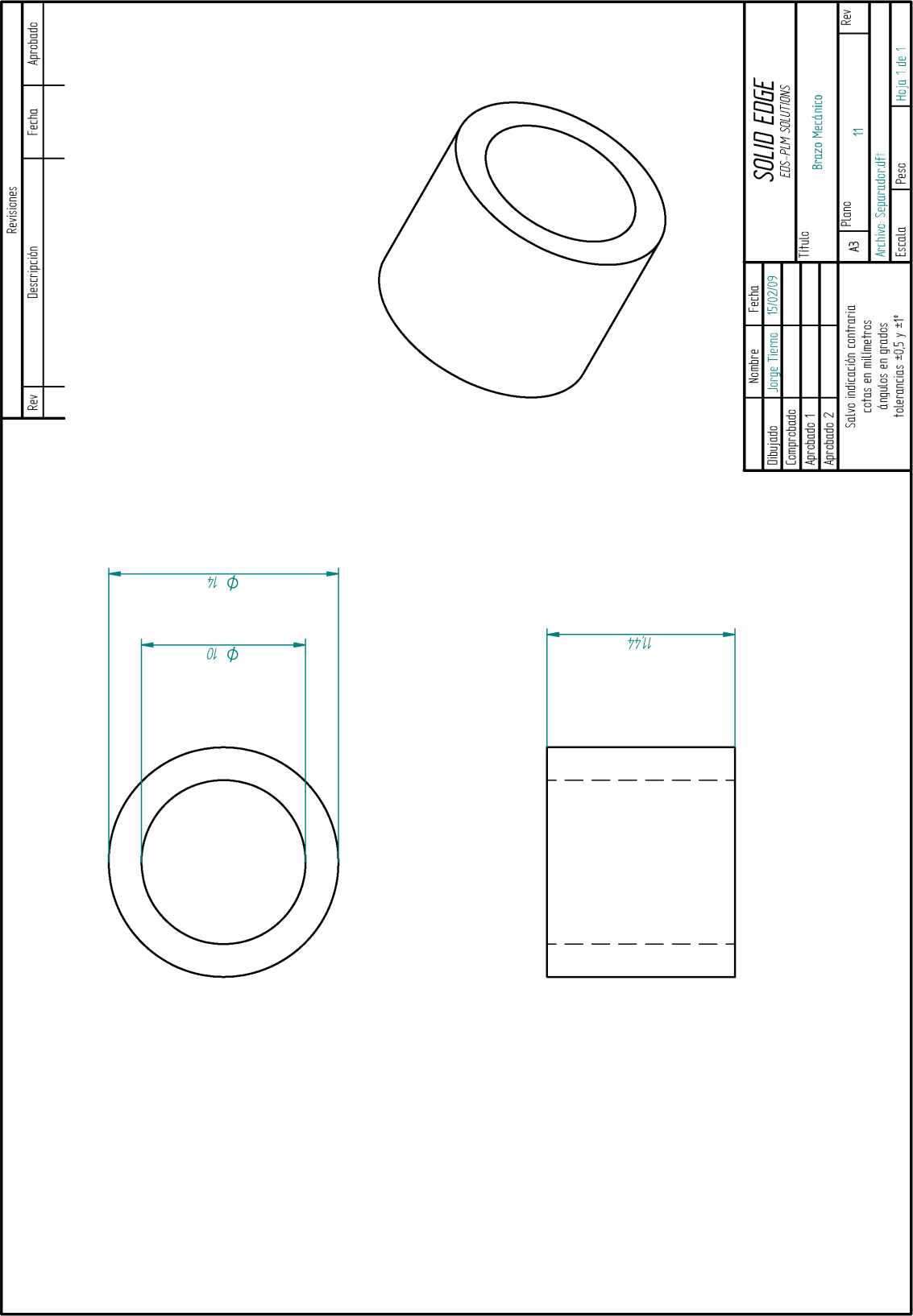






[illegible]





Bibliografía

- [1] *Optimization Toolbox For Use with MATLAB®*. The MathWorks, Inc.
- [2] A. Barrientos, L. F. Peñín, C. Balaguer, and R. Aracil. *Fundamentos de Robótica*. Mc Graw-Hill, Edificio Valrealty, Basauri, 17, 1^a planta, 28023 Aravaca (Madrid), 1997.
- [3] C. Castejon, G. Carbone, J. G. Prada, and M. Ceccarelli. *A Multi-Objective Optimization Design for a 4R Service Robot*. International Journal of Mechanics and Control, 2007, Vol.08, N.02, pp..3-8, 2007.
- [4] C. Castejon, G. Carbone, J. G. Prada, and M. Ceccarelli. *A Multi-Objective Optimization for Designing Service Robots*. 12th World Congress in Mechanism and Machine Science IFToMM 07, Besançon, paper n.A496, 2007.
- [5] C. Castejon, G. Carbone, J. G. Prada, and M. Ceccarelli. *Computational Multi-Objective Optimization to Design Service Robots*. Proceedings of EuCoMeS08, the Second European Conference on Mechanism Science, Springer, Dordrecht, pp.139-148, 2008.
- [6] M. Ceccarelli, G. Carbone, and E. Ottaviano. *Multi Criteria Optimum Design of Manipulators*. VIII Polish National Conference on Robotics, Polanica Zdrój, Plenary Speech, pp.3-20, 2004.

-
- [7] F. I. de Automatización . Comité Español de Automática. *Libro blanco de la robótica : de la investigación al desarrollo tecnológico y futuras aplicaciones*. CEA-GTRob con subvención del MEC, 2007.
- [8] R. C. Johnson. *Mechanical Design Synthesis - Creative Design and Optimization*. Robert E. Krieger Publishing Company, 1978.
- [9] J.-P. Merlet. Optimal design of robots. In *Proceedings of Robotics: Science and Systems*, Cambridge, USA, June 2005.
- [10] R. L. Norton. *Diseño de Maquinaria*. Mc Graw-Hill, Edificio Valrealty, Basauri, 17, 1^a planta, 28023 Aravaca (Madrid), 2005.
- [11] S. S. Rao. *Engineering Optimization*. Jon Wiley And Sons, Inc., 1996.
- [12] E. I. Rivin. *Mechanical Design of Robots*. Mc Graw-Hill, Edificio Valrealty, Basauri, 17, 1^a planta, 28023 Aravaca (Madrid), 1988.
- [13] J. E. Shigley and J. J. Uicker Jr. *Teoría de Máquinas y Mecanismos*. Mc Graw-Hill, Edificio Valrealty, Basauri, 17, 1^a planta, 28023 Aravaca (Madrid), 1988.